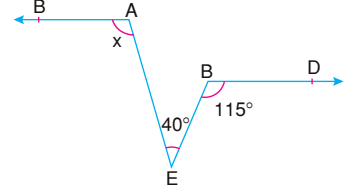


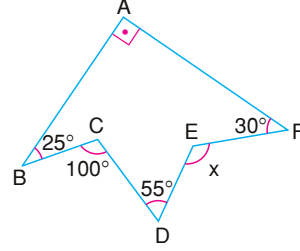
Etkinlik 3

- Aşağıda verilen sorularda istenilenleri bulunuz.

$m(\widehat{AEC}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{ECD}) = 115^\circ$ ise
 $m(\widehat{BAE}) = x$ kaç derecedir?



- Verilenlere göre $m(\widehat{DEF}) = x$ kaç derecedir?



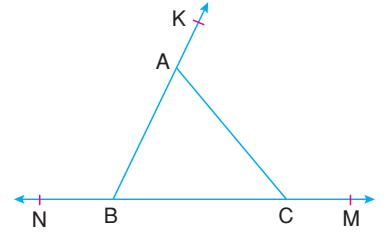
ÜÇGENDE AÇILAR

Üçgen: Düzlemde doğrusal olmayan üç noktanın birleştirilmesiyle oluşan geometrik şekle **üçgen** denir.

ABC üçgeninde,

\widehat{BAC} , \widehat{ABC} , \widehat{BCA} iç açı;

\widehat{KAC} , \widehat{NBA} , \widehat{MCA} dış açıdır.



KURAL

Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

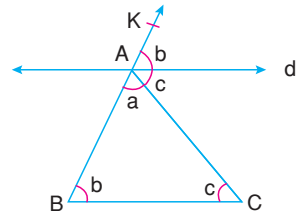
İSPAT

Üçgenin iç açıları a, b ve c olsun.

A noktasından [BC] ye paralel d doğrusu çizelim.

Yöndeş ve iç ters açıların eşitliğinden

$a + b + c = 180^\circ$ bulunur.



Bilgi Kutusu

GÜNEŞ'İN DIŞINDAKİ SICAKLIĞIN 600°C , İÇİNDE İSE $12.000.000^\circ\text{C}$ OLDUĞUNU BİLİYOR MUYDUNUZ?

KURAL

Dış bükey bütün çokgenlerde, dolayısıyla üçgende de dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

İSPAT

Üçgenin iç açıları a , b ve c olsun.

Doğru açı tanımından dış açılarının ölçülerini şekildeki gibi ifade edelim.

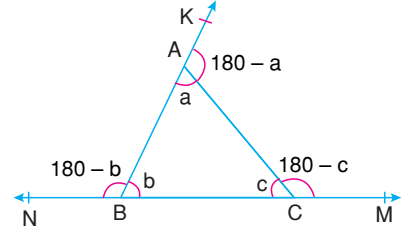
Dış açılarının ölçüleri toplamı = D.T ile gösterelim.

$$D.T = (180^\circ - a) + (180^\circ - b) + (180^\circ - c)$$

$$D.T = 3.180^\circ - \underbrace{(a + b + c)}$$

$$D.T = 540^\circ - 180^\circ$$

$$D.T = 360^\circ \text{ bulunur.}$$



Bilgi Kutusu

ŞEFKAT ÖYLE BİR DİLDİR Kİ SAĞIR DUYABİLİR, KÖR GÖREBİLİR...

Örnek

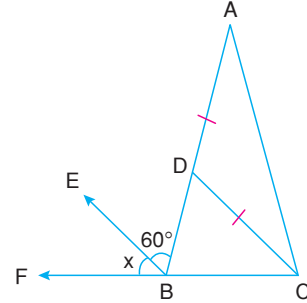
Şekilde $[BE \parallel [DC]$,

$|AD| = |DC|$,

$|AB| = |AC|$ ve

$m(\widehat{ABE}) = 60^\circ$ ise

$m(\widehat{EBF}) = x$ kaç derecedir?



A) 30

B) 35

C) 40

D) 45

E) 50

Çözüm

$[BE \parallel [CD]$ ise $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{BDC})$ dir.

$m(\widehat{BDC}) = 60^\circ = m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{DCA})$ dir.

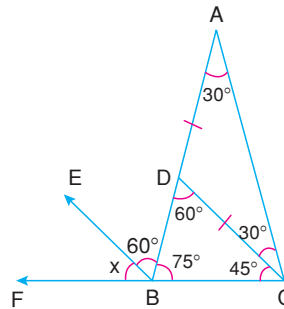
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DCA}) = 30^\circ$ olur.

$|AB| = |AC|$ olduğundan

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = 75^\circ$ dir.

$m(\widehat{FBC}) = 180^\circ = x + 60^\circ + 75^\circ$ olduğundan

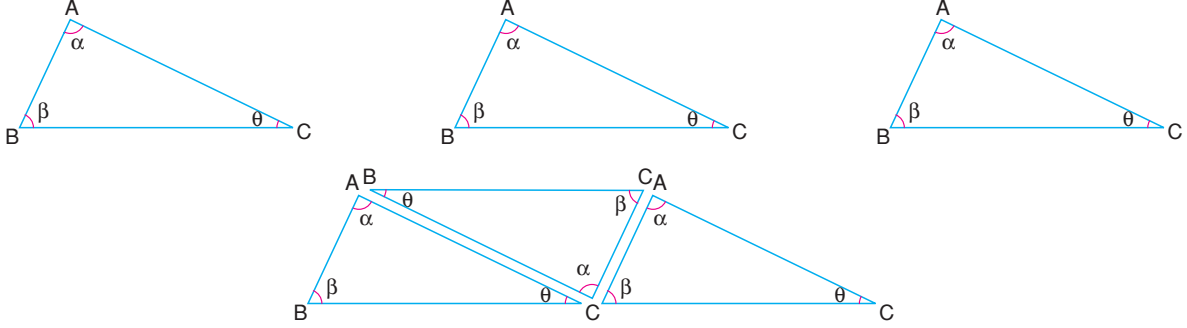
$180^\circ = x + 135^\circ$ ve $x = 45^\circ$ bulunur.



YANIT D

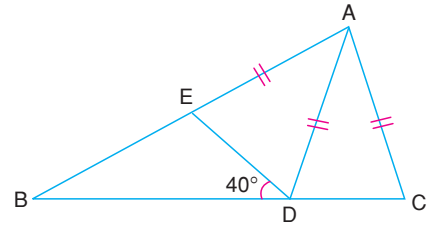
Etkinlik 4

Üç kâğıdı üst üste koyarak açılı her hangi α , β , θ olan bir üçgen kesiniz. Sonra bu üçgenleri ayırıp farklı açılı üç köşeyi bir doğru üzerinde bir araya getiriniz. Bu deneyin sonucunda üçgenin iç açılı toplamının doğru açılıya eşit olduğunu görünüz.



Örnek

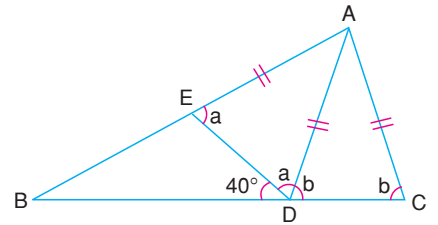
Şekildeki ABC üçgeninde
 $|AE| = |AD| = |AC|$ ve
 $m(\widehat{EDB}) = 40^\circ$ ise
 $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?



- A) 60 B) 80 C) 85 D) 90 E) 95

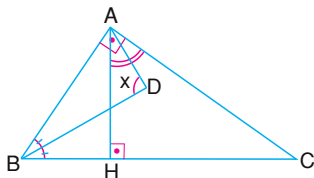
Çözüm

$|AE| = |AD|$ ise $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{ADE}) = a$ olsun.
 $|AD| = |AC|$ ise $m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ACB}) = b$ olsun.
 $m(\widehat{BDC}) = 40^\circ + a + b = 180^\circ$ ve
 $a + b = 140^\circ$ olur.
 $m(\widehat{BAC}) = (180^\circ - 2a) + (180^\circ - 2b)$
 $m(\widehat{BAC}) = 360^\circ - 2(a + b)$
 $m(\widehat{BAC}) = 360^\circ - 2 \cdot 140^\circ = 80^\circ$ bulunur.



YANIT B

Kendini Dene



ABC dik üçgeninde [AD], [BD] açıortay, ve [AH] \perp [BC] ise
 $m(\widehat{ADB}) = x$ kaç derecedir?

KURAL

Bir üçgende iki iç açıortayın oluşturduğu açının ölçüsü, diğer iç açının ölçüsünün yarısından 90° fazladır.

İSPAT

ABC üçgeninde B ve C iç açılarının açıortaylarını çizelim.

$$x = 90^\circ + \frac{a}{2} \text{ olduğunu ispatlayalım.}$$

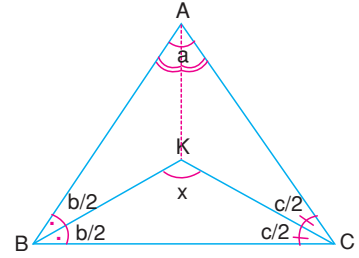
$$\text{BKC üçgeninde } \frac{b}{2} + \frac{c}{2} + x = 180^\circ \dots (I)$$

$$\text{ABC üçgeninde } a + b + c = 180^\circ$$

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 90^\circ \quad \frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 90^\circ - \frac{a}{2} \dots (II)$$

(II) yi (I) de yerine yazarsak

$$90^\circ - \frac{a}{2} + x = 180^\circ \Rightarrow x = 90^\circ + \frac{a}{2} \text{ bulunur.}$$

**UYARI**

Üçüncü köşe K noktasına birleştirilirse üçüncü açının iç açıortayı çizilmiş olur.

UYARI

BKC açısı daima geniş açıdır.

UYARI

Bir üçgende iç açıortayların kesim noktası, o üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir. Bu konuya sonraki bölümlerde detaylı olarak değinilecektir.

KURAL

Bir üçgende bir iç açının açıortayı ile bir dış açının açıortayının oluşturduğu açının ölçüsü diğer iç açının ölçüsünün yarısına eşittir.

İSPAT

Üçgenin açılarını şekildeki gibi yerleştirelim.

$$m(\widehat{BKC}) = x = \frac{a}{2} \text{ olduğunu gösterelim.}$$

$$\text{BKC üçgeninde } \frac{\alpha}{2} = \frac{b}{2} + x \dots (I)$$

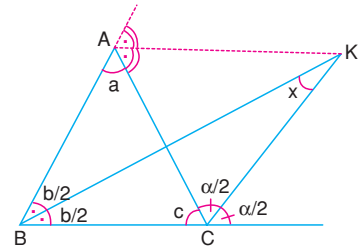
$$\text{ABC üçgeninde } \alpha = b + a$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{b+a}{2} \dots (II)$$

(II) yi (I) de yerine yazarsak

$$\frac{a+b}{2} = \frac{b}{2} + x$$

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{b}{2} + x \Rightarrow x = \frac{a}{2} \text{ bulunur.}$$



UYARI

Üçüncü köşe K noktasına birleştirilirse üçüncü açının açığı çizilmiş olur.

UYARI

$\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}$ ve x daima dar açıdır.

KURAL

Bir üçgende iki dış açığı oluşturduğu açının ölçüsü, 90° den üçüncü iç açının yarısı kadar eksiktir.

İSPAT

Üçgenin açılarını şekildeki gibi yerleştirelim.

$x = 90^\circ - \frac{a}{2}$ olduğunu gösterelim.

BKC üçgeninde $\frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{2} + x = 180^\circ$

$$\alpha + \beta + 2x = 360^\circ \dots (I)$$

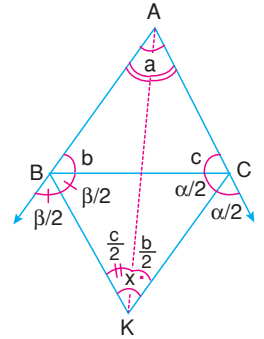
ABC üçgeninde $\alpha = a + b$

$$+ \beta = a + c$$

$$\alpha + \beta = a + a + b + c$$

$$\alpha + \beta = a + 180^\circ \dots (II)$$

(II) yi (I) de yerine yazarsak $a + 180^\circ + 2x = 360^\circ$ $2x = 180^\circ - a$ $x = 90^\circ - \frac{a}{2}$ bulunur.



UYARI

Üçüncü köşe K noktasına birleştirilirse üçüncü açının açığı çizilmiş olur.

UYARI

$\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}$ ve x daima dar açıdır.

Kendini Dene

Şekilde [AF] // [BC] ise diğer verilenlere göre $a + b + c + d$ toplamı kaç derecedir?

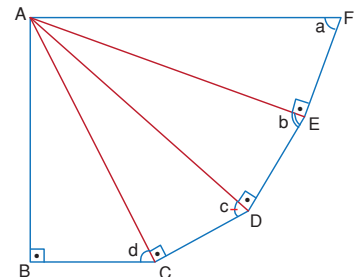
A) 150

B) 180

C) 210

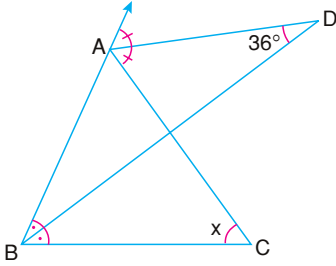
D) 270

E) 360



DOĞRUDA VE ÜÇGENDE AÇILAR

Örnek



Şekilde $[AD]$ ve $[BD]$ açıortay ve $m(\widehat{BDA}) = 36^\circ$ ise $m(\widehat{ACB}) = x$ kaç derecedir?

A) 36

B) 42

C) 48

D) 66

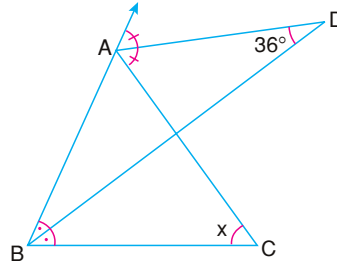
E) 72

Çözüm

Üçgende açı özelliklerinden

$$\frac{x}{2} = 36^\circ$$

olduğundan $x = 72^\circ$ olur.



YANIT E

Etkinlik 5

Aşağıdaki sorularda istenilenleri bulunuz.

- Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = |BC|$,
 $|BD| = |DC|$, $m(\widehat{ABD}) = 30^\circ$ ve
 $m(\widehat{ACD}) = 24^\circ$ ise

$m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

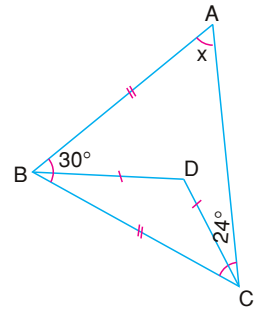
A) 62

B) 60

C) 58

D) 54

E) 48



- Şekildeki ABC üçgeninde
 $[ED] \perp [BC]$, $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$,
 $m(\widehat{ACB}) = 20^\circ$ ve $|EC| = 2|AD|$ ise
 $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

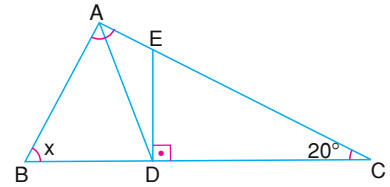
A) 50

B) 65

C) 70

D) 75

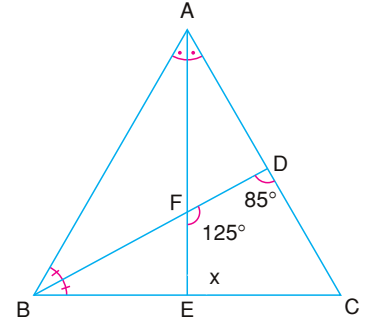
E) 80



Örnek

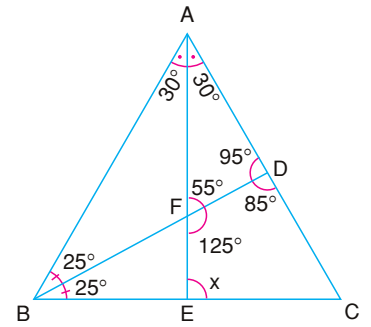
Şekildeki ABC üçgeninde [AE] ve [BD] açıortay,
 $m(\widehat{BDC}) = 85^\circ$ ve $m(\widehat{EFD}) = 125^\circ$ ise
 $m(\widehat{AEC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 80 B) 75 C) 70 D) 65 E) 60



Çözüm

$m(\widehat{BDC}) = 85^\circ \Rightarrow m(\widehat{BDA}) = 95^\circ$,
 $m(\widehat{EFD}) = 125^\circ \Rightarrow m(\widehat{AFD}) = 55^\circ$,
 AFD üçgeninde $m(\widehat{FAD}) = 30^\circ$ olur.
 ABD üçgeninde $m(\widehat{ABD}) = 25^\circ$ olur.
 ABE üçgeninde $x = 30^\circ + 50^\circ$ $x = 80^\circ$ bulunur.

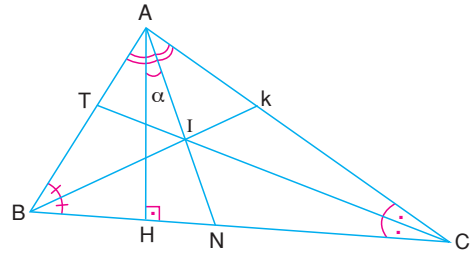


YANIT A

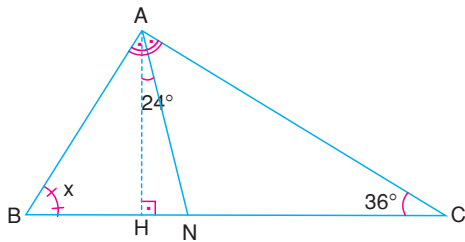
UYARI

ABC üçgeninde aynı köşeye ait açıortay ile yükseklik arasında kalan açı, diğer iki köşedeki açılar farkının yarısı kadardır.

$$m(\widehat{HAN}) = \alpha = \frac{|m(\widehat{B}) - m(\widehat{C})|}{2} \text{ dir.}$$



Örnek



Şekildeki ABC üçgeninde $[AH] \perp [BC]$,
 $m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC})$, $m(\widehat{HAN}) = 24^\circ$ ve
 $m(\widehat{BCA}) = 36^\circ$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

Çözüm

$$m(\widehat{HAN}) = \frac{m(\widehat{B}) - m(\widehat{C})}{2} \text{ den}$$

$$24^\circ = \frac{x - 36^\circ}{2} \quad 48^\circ + 36^\circ = x$$

$x = 84^\circ$ bulunur.

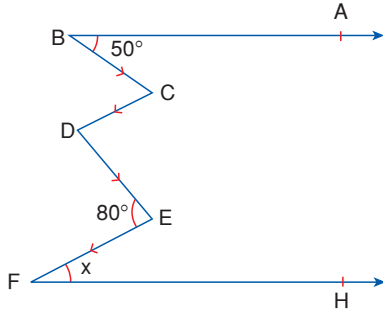
ÇÖZÜMLÜ TEST - 1

1. Komşu bütünler iki açıdan birinin ölçüsünün iki katının 15° fazlası, diğerinin üç katının 40° eksiğine eşittir.

Buna göre küçük açının tümüleri kaç derecedir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2.



Şekilde $[BA \parallel [EF, [BC \parallel [DE], [DC \parallel [FE]$

$m(\widehat{CBA}) = 50^\circ$ ve $m(\widehat{DEF}) = 80^\circ$ ise

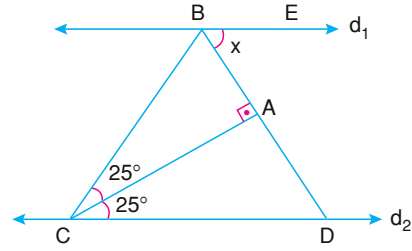
$m(\widehat{EFH}) = x$ kaç derecedir?

- A) 60 B) 50 C) 40 D) 35 E) 30

3. Birer ışınları aynı yönde paralel, diğer ışınları dik olan iki açıdan biri dar diğeri geniş açı ise **bu açının farkı kaç derece olabilir?**

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

4.



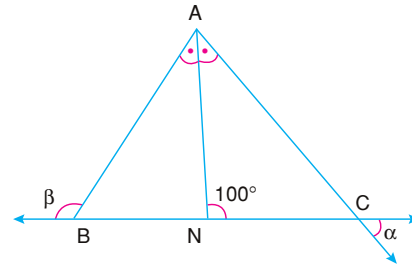
Şekilde $d_1 \parallel d_2, [AC] \perp [BD]$ ve

$m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{ACD}) = 25$ ise

$m(\widehat{DBE}) = x$ kaç derecedir?

- A) 45 B) 55 C) 65 D) 75 E) 85

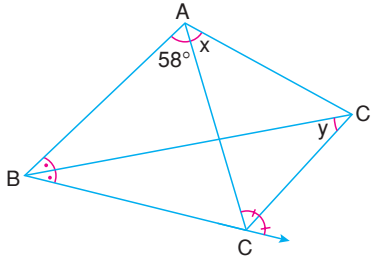
5.



Şekilde $[AN]$ açıortay ise $\alpha + \beta$ kaç derecedir?

- A) 100 B) 110 C) 120 D) 140 E) 160

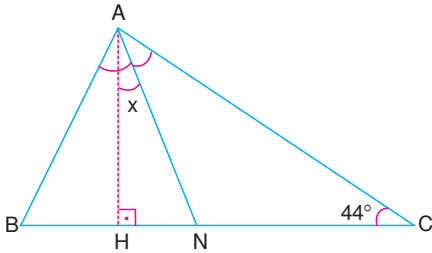
6.



Şekildeki ABC üçgeninde [BD] içaçıortay, [CE] dışaçıortay ve $m(\widehat{BAC}) = 58^\circ$ ise $x + y$ kaç derecedir?

- A) 61 B) 73 C) 77 D) 83 E) 90

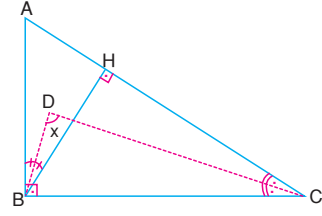
7.



Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC})$, $m(\widehat{ACB}) = 44^\circ$ ve $m(\widehat{BAC}) = 72^\circ$ ise $m(\widehat{HAN}) = x$ kaç derecedir?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

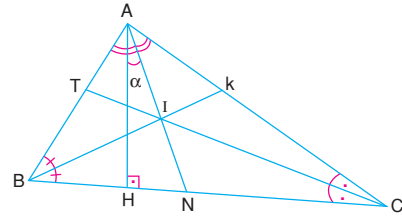
8.



Şekildeki ABC diküçgeninde $[BH] \perp [AC]$, $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBH})$ ve $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB})$ ise $m(\widehat{BDC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 72 B) 78 C) 80 D) 90 E) 92

9.



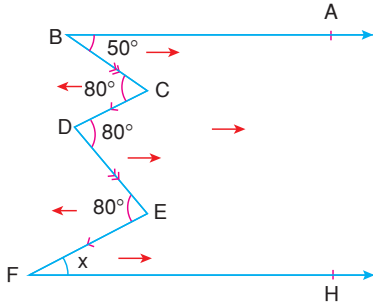
Şekildeki üçgende I içaçıortayların kesim noktasıdır. $[AH] \perp [BC]$, $m(\widehat{HAN}) = 20^\circ$ ve $m(\widehat{BIC}) = 120^\circ$ ise $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

1. Bütünler iki açının ölçüleri α ve β olsun;
 $\alpha + \beta = 180^\circ$ (1)
 $2\alpha + 15^\circ = 3\beta = 40^\circ$ (2)
 $2\alpha + 55^\circ = 3\beta$ ve (1)den $\alpha = 180 - \beta$ yerine konursa
 $2(180^\circ - \beta) + 55^\circ = 3\beta$
 $415^\circ = 5\beta \rightarrow \beta = 83^\circ$ ve $\alpha = 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$ dir.
 Küçük açının tümüleri $90^\circ - 83^\circ = 7^\circ$ bulunur.

YANIT E

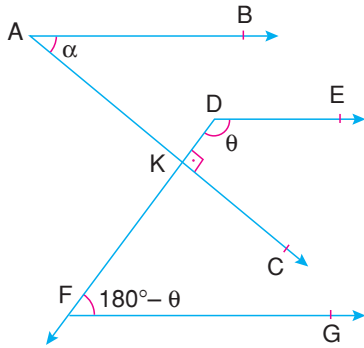
2.



\widehat{BCD} , \widehat{CDE} ve \widehat{DEF} içters açılar olduklarından;
 $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{DEF}) = 80^\circ$ dir.
 Yön değiştiren açılar olduklarından
 $80^\circ + 80^\circ = 50^\circ + 80^\circ + x \Rightarrow x = 30^\circ$ bulunur.

YANIT E

3.



Birer kolları aynı yönde paralel, diğer kolları K noktasında dik kesişen α dar açısı ile θ geniş açısı şekildeki gibi çizilip $[FG \parallel [DE$ çizilirse

$$m(\widehat{EDF}) + m(\widehat{DFG}) = 180^\circ \text{ olacağından}$$

$$m(\widehat{DFG}) = 180^\circ - \theta \text{ olur.}$$

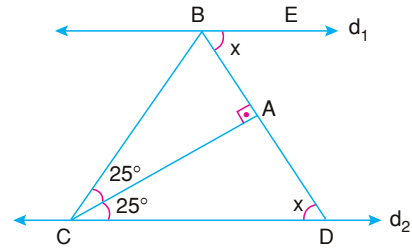
$[AB \parallel [FG$ olduğundan

$$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{DFG}) = m(\widehat{AKF}) \text{ olur.}$$

$$\alpha + 180^\circ - \theta = 90^\circ \text{ ise } \theta - \alpha = 90^\circ \text{ olur.}$$

YANIT D

4.



Şekilde $d_1 \parallel d_2$, $[AC] \perp [BD]$ ve

$$m(\widehat{EBD}) = m(\widehat{BDC}) = x \text{ olur.}$$

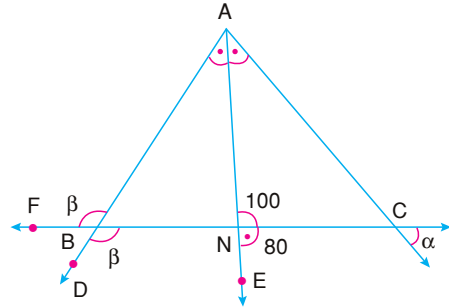
ACD üçgeninin iç açıları toplamı

$$90^\circ + 25^\circ + x = 180^\circ \text{ den}$$

$$x = 65^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT C

5.



ABF açısı ile CBD açısı ters açılar olduğu için

$$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBD}) = \beta$$

ANC açısı ile CNE açısı bütünler açılar olduğu için

$$m(\widehat{ANC}) + m(\widehat{CNE}) = 180^\circ$$

$$100^\circ + m(\widehat{CNE}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{CNE}) = 80^\circ \text{ bulunur.}$$

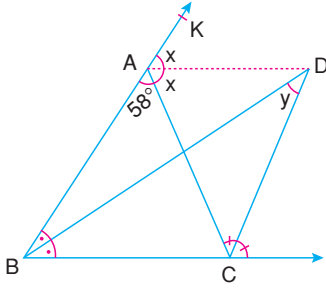
$[AN$ açıortay olduğu için

$$80 = \frac{\alpha + \beta}{2} \text{ den}$$

$$\alpha + \beta = 160^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT E

6.



[BA uzatılıp, [AD] çizildiğinde, [AD] dışaçıortay olur. (iki dış ve bunlara komşu olmayan ve iç açının açıortayları bir noktada kesişir)

Buna göre $m(\widehat{KAD}) = m(\widehat{DAC}) = x$ ve

$$2x + 58^\circ = 180^\circ \text{ (BAK doğru açısı)}$$

$$2x = 122^\circ$$

$$x = 61^\circ \text{ bulunur.}$$

$$y = \frac{m(\widehat{BAC})}{2} = \frac{58^\circ}{2} = 29^\circ \text{ olur.}$$

$$x + y = 61 + 29 = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT E

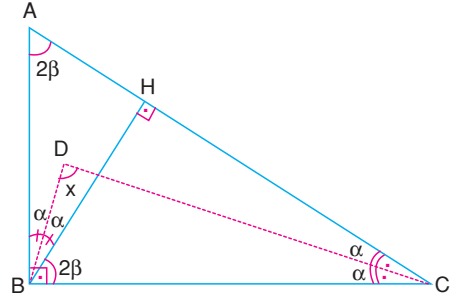
7. $m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{ACB}) = 180^\circ$ olduğundan
 $72^\circ + m(\widehat{ABC}) + 44^\circ = 180^\circ$ ve $m(\widehat{ABC}) = 64^\circ$ olur.

$$m(\widehat{HAN}) = \frac{m(\widehat{B}) - m(\widehat{C})}{2} \text{ de yerine yazarsa}$$

$$x = \frac{64^\circ - 44^\circ}{2} = 10^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT A

8.



$$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{ACB}) = 90^\circ$$

$$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{ABH}) = 90^\circ \text{ olduğundan}$$

$$m(\widehat{ABH}) = m(\widehat{ACB}) = 2\alpha \text{ diyelim.}$$

BACD dörtgeninde boynuz kuralını uygularsak

$$x = \alpha + 2\beta + \alpha \text{ ve } x = 2(\alpha + \beta) \text{ dan } x = 90^\circ \text{ bulunur.}$$

YANIT D

9. Üç açıortay bir noktada birleştiği için [AN] de açıortaydır.

$$\frac{m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{ACB})}{2} = 20^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{ACB}) = 40^\circ$$

$$m(\widehat{BIC}) = 120 = 90 + \frac{m(\widehat{BAC})}{2}$$

$$m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{ACB}) = 120^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) - m(\widehat{ACB}) = 40$$

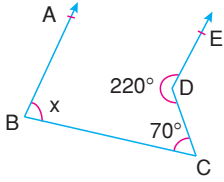
$$2m(\widehat{ABC}) = 160^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) = 80^\circ$$

YANIT E

KONU TESTİ - 1

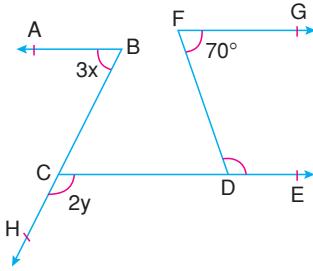
1.



Şekilde $[BA \parallel DE]$, $m(\widehat{DCB}) = 70^\circ$ ve $m(\widehat{EDC}) = 220^\circ$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

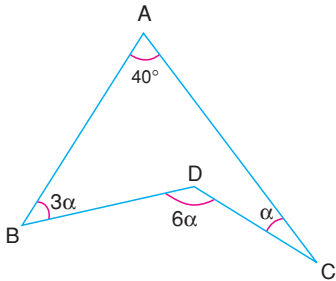
2.



Şekilde $[BA \parallel FG \parallel CE]$, $m(\widehat{GFD}) = 70^\circ$, $m(\widehat{FDE}) = 5x$, $m(\widehat{ABH}) = 3x$ ve $m(\widehat{DCH}) = 2y$ ise y kaç derecedir?

- A) 55 B) 56 C) 57 D) 58 E) 59

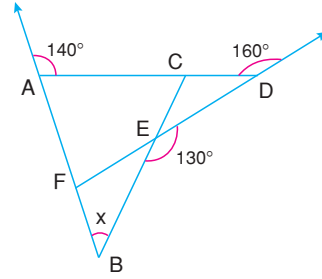
3.



Şekilde verilenlere göre $m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir?

- A) 30 B) 60 C) 70 D) 75 E) 80

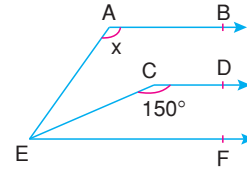
4.



Şekilde verilenlere göre x kaç derecedir?

- A) 40 B) 60 C) 70 D) 80 E) 84

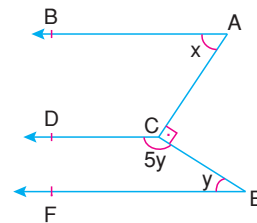
5.



Şekilde $[AB \parallel CD \parallel EF]$, $m(\widehat{ECD}) = 150^\circ$ ve $m(\widehat{AEC}) = \frac{3}{2}m(\widehat{CEF})$ ise $m(\widehat{BAE}) = x$ kaç derecedir?

- A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

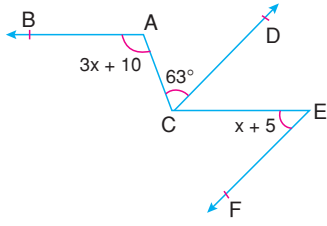
6.



Şekilde $[AB \parallel CD \parallel EF]$, $[AC] \perp [CE]$ ise diğer verilenlere göre x kaç derecedir?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

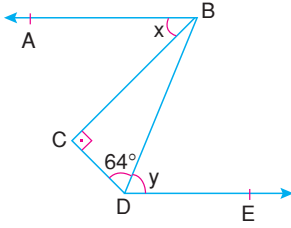
7.



Şekilde $[AB \parallel CE]$, $[CD \parallel EF]$,
 $m(\widehat{BAE}) = 3x + 10^\circ$, $m(\widehat{ACD}) = 63^\circ$ ve
 $m(\widehat{CEF}) = x + 5^\circ$ ise **x kaç derecedir?**

- A) 33 B) 32 C) 31 D) 30 E) 29

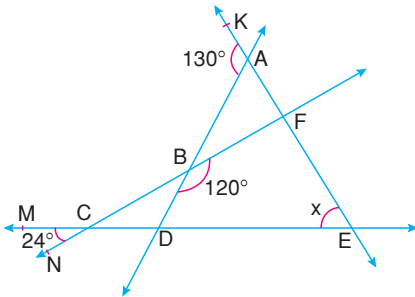
8.



Şekilde $[BA \parallel DE]$, $[BC] \perp [CD]$,
 $m(\widehat{ABC}) = x$, $m(\widehat{BDE}) = y$
 $x + y = 86^\circ$ ise **x kaç derecedir?**

- A) 26 B) 30 C) 36 D) 48 E) 56

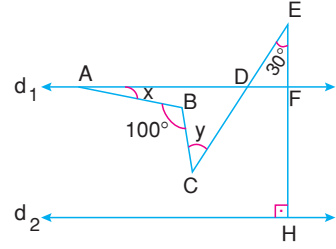
9.



Şekilde $m(\widehat{KAD}) = 130^\circ$, $m(\widehat{DBF}) = 120^\circ$ ve
 $m(\widehat{NCM}) = 24^\circ$ ise
 $m(\widehat{MEK}) = x$ kaç derecedir?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 46 E) 48

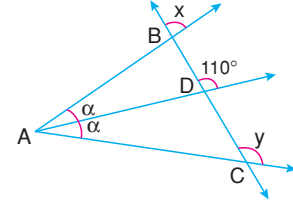
10.



Şekilde $d_1 \parallel d_2$ ise verilenlere göre
x + y kaç derecedir?

- A) 5 B) 10 C) 20 D) 30 E) 40

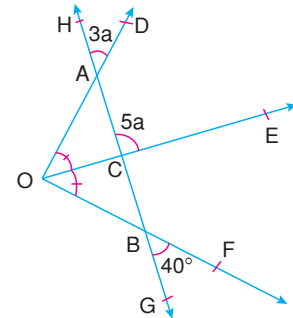
11.



Şekilde verilenlere göre
x + y kaç derecedir?

- A) 200 B) 210 C) 220 D) 230 E) 240

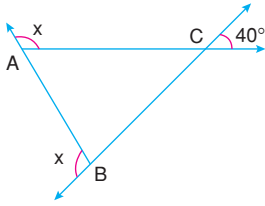
12.



Şekilde $[OE, DOF]$ açısının açıortayı
 $m(\widehat{HAD}) = 3a$, $m(\widehat{HCE}) = 5a$ ve
 $m(\widehat{FBG}) = 40^\circ$ ise **a kaç derecedir?**

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 30

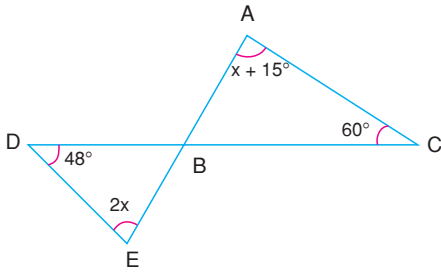
1.



Şekildeki verilere göre x kaç derecedir?

- A) 110 B) 120 C) 125 D) 130 E) 140

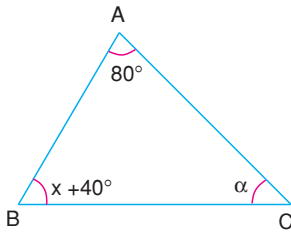
2.



Şekilde verilenlere göre x kaç derecedir?

- A) 38 B) 36 C) 33 D) 27 E) 23

3.



Şekildeki ABC üçgeninde

$$m(\widehat{BAC}) = 80^\circ,$$

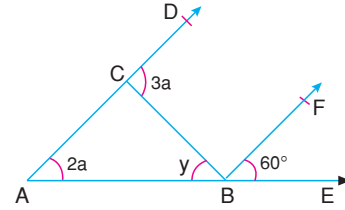
$$m(\widehat{ABC}) = x + 40^\circ,$$

$$m(\widehat{BCA}) = \alpha \text{ ve } 20^\circ < \alpha < 40^\circ \text{ ise}$$

x in alacağı değerler hangi aralıkta bulunur?

- A) [20, 40] B) [20, 41] C) [19, 40]
D) [21, 41] E) (20, 40)

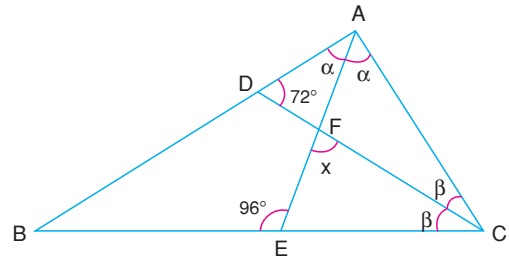
4.



Yukarıdaki şekilde $[BF] \parallel [AD]$ ise verilen ölçülere göre y kaç derecedir?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

5.



Şekildeki ABC üçgeninde

$$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{CAE}) = \alpha,$$

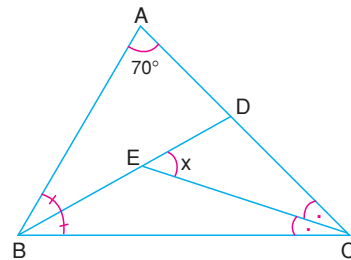
$$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{ACD}) = \beta,$$

$$m(\widehat{ADC}) = 72^\circ, m(\widehat{AEB}) = 96^\circ \text{ ise}$$

$m(\widehat{EFC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 57 B) 59 C) 60 D) 64 E) 68

6.



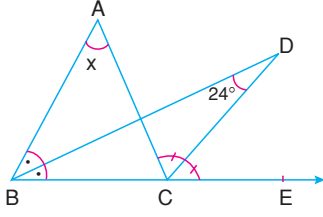
Şekildeki ABC üçgeninde

$[BD]$ ve $[CE]$ açıortaylardır.

$m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$ ise $m(\widehat{DEC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 55 E) 60

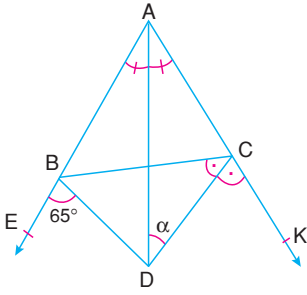
7.



Şekilde $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{EBD})$,
 $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{ECD})$ ve $m(\widehat{BDC}) = 24^\circ$ ise
 $m(\widehat{BAC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 36 B) 42 C) 48 D) 52 E) 54

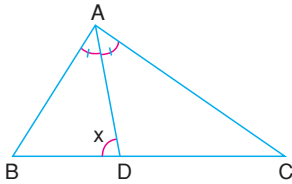
8.



Şekildeki ABC üçgeninde [AD] ve [CD] açıortay ve $m(\widehat{EBD}) = 65^\circ$ ise $m(\widehat{ADC}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

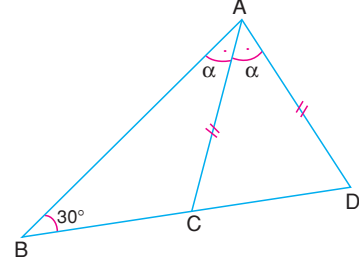
9.



Şekildeki ABC üçgeninde [AD],
 BAC açısının açıortayı ve
 $m(\widehat{B}) - m(\widehat{C}) = 46^\circ$ ise
 $m(\widehat{ADB}) = x$ kaç derecedir?

- A) 60 B) 67 C) 72 D) 78 E) 82

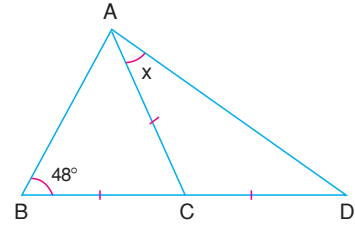
10.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AD| = |AC|$,
 $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CAD}) = \alpha$ ve
 $m(\widehat{ABD}) = 30^\circ$ ise α kaç derecedir?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

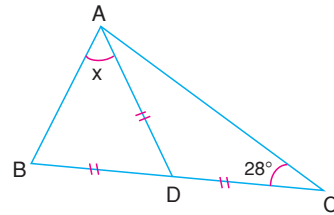
11.



Şekildeki ABD üçgeninde
 $|AC| = |BC| = |DC|$ ve $m(\widehat{ABD}) = 48^\circ$ ise
 $m(\widehat{DAC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

12.

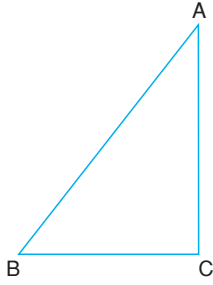


Şekildeki ABC üçgeninde
 $|BD| = |DC| = |AD|$ ve $m(\widehat{ACB}) = 28^\circ$ ise
 $m(\widehat{BAD}) = x$ kaç derecedir?

- A) 58 B) 60 C) 62 D) 64 E) 68

KONU TESTİ - 3

1.

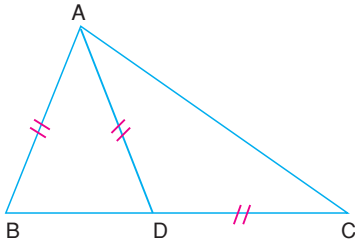


Şekildeki ABC üçgeninde A, B, C iç açıları sırasıyla 2, 3 ve 5 sayıları ile orantılı ise

$m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 36

2.

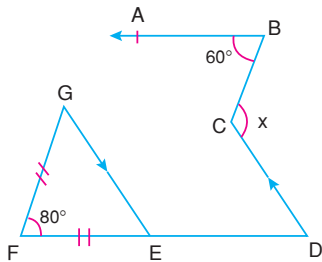


Şekildeki ABC üçgeninde $|AC| = |BC|$ ve $|AB| = |AD| = |DC|$ ise

$m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

- A) 84 B) 72 C) 68 D) 60 E) 50

3.



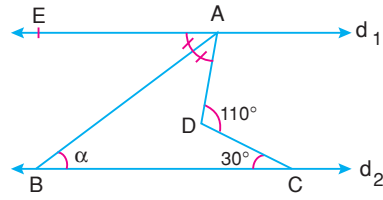
Şekilde $[BA \parallel [FD]$, $[GE \parallel [CD]$, $|FG| = |FE|$,

$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{GFE}) = 80^\circ$ ise

$m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

- A) 110 B) 120 C) 130 D) 140 E) 150

4.



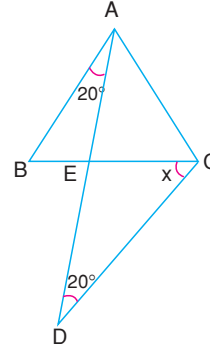
Şekilde $d_1 \parallel d_2$, $[AB]$, DAE açısının açıortayı

$m(\widehat{DCB}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{CDA}) = 110^\circ$ ise

$m(\widehat{CBA}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 80 B) 60 C) 40 D) 30 E) 20

5.

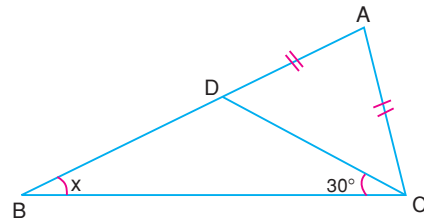


Şekilde ABC eşkenar üçgen ve

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ADC}) = 20^\circ$ ise $m(\widehat{BCD}) = x$ kaç derecedir?

- A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

6.



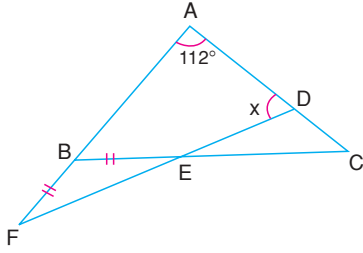
Şekildeki ABC üçgeninde $|AD| = |AC|$,

$|AB| = |BC|$ ve $m(\widehat{DCB}) = 30^\circ$ ise

$m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40

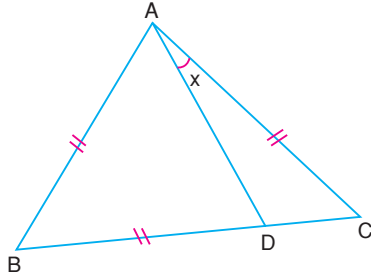
7.



Şekildeki ABC üçgeninde $|FB| = |BE|$, $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{FAC}) = 112^\circ$ ise $m(\widehat{FDA}) = x$ kaç derecedir?

- A) 82 B) 73 C) 60 D) 51 E) 40

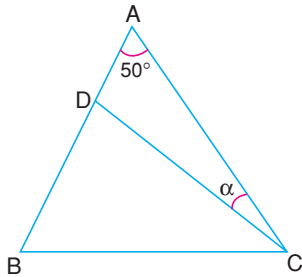
8.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = |AC| = |BD|$ ve $m(\widehat{BAC}) = 80^\circ$ ise $m(\widehat{DAC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

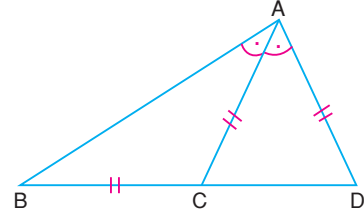
9.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = |BC| = |CD|$, $m(\widehat{BAC}) = 50^\circ$ ise $m(\widehat{DCA}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 20 C) 22,5 D) 25 E) 30

10.

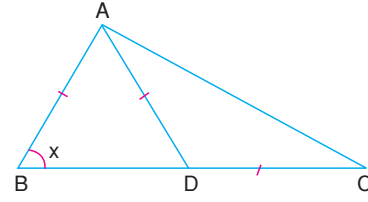


Şekildeki ABD üçgeninde $[AC]$, \widehat{BAD} açısının açıortayı ve $|AC| = |AD| = |BC|$ ise

$m(\widehat{CAD})$ kaç derecedir?

- A) 30 B) 36 C) 40 D) 42 E) 50

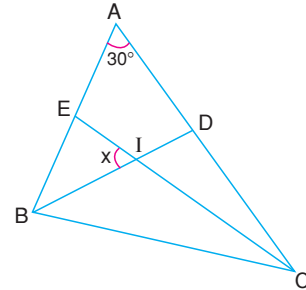
11.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = |AD| = |DC|$ ve $m(\widehat{BAC}) = 84^\circ$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir?

- A) 50 B) 60 C) 64 D) 70 E) 77

12.



Şekilde I noktası ABC üçgeninin içteğet çemberinin merkezi ve $m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$ ise $m(\widehat{BIE}) = x$ kaç derecedir?

- A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

GEOMETRİ

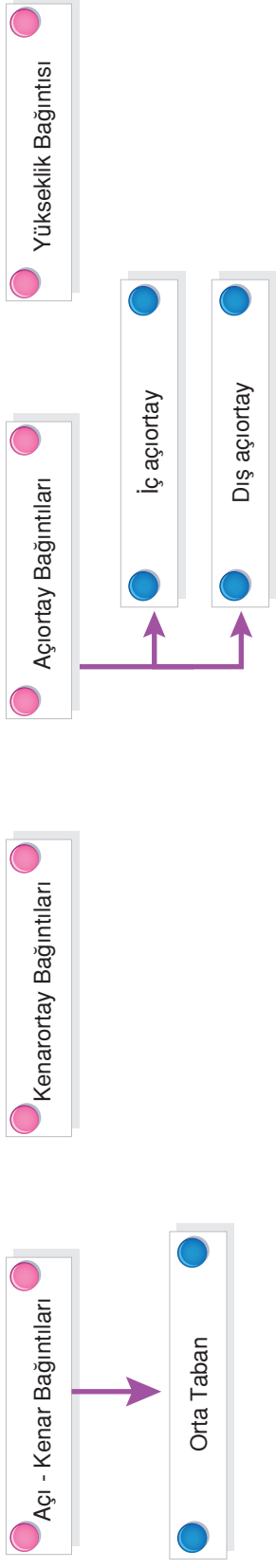
4KS

ÜÇGENDE UZUNLUK

- *Açı - Kenar Bağlıntıları*
- *Kenarortay*
- *İç ve Dış Açıortay*
- *Yükseklik*
- *Üçgenin Çevrel Çemberi*

AKILLI HARİTAM

ÜÇGENDE UZUNLUK



ÜÇGENDE AÇI - KENAR BAĞINTILARI

KURAL

$$\begin{cases} |b - c| < a < b + c \\ |a - c| < b < a + c \\ |a - b| < c < a + b \end{cases}$$

Üçgenin çizilebilme koşulu: Bir üçgenin çizilebilmesi için bir kenar uzunluğu; diğer iki kenarın uzunlukları farkının mutlak değerinden büyük, toplamlarından küçük olmalıdır. Bunu üçgen eşitsizliği olarak da adlandırabiliriz.

UYARI

Üç kenardan bir tanesinin sağlanması yeterlidir.

İSPAT

$b > c$ olsun.

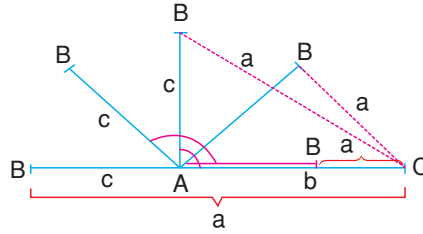
b kenarını sabitlesek

$$m(\widehat{A}) = 0^\circ \text{ ise } a = b - c$$

$$m(\widehat{A}) = 180^\circ \text{ ise } a = b + c \text{ olur.}$$

$$0^\circ < m(\widehat{A}) < 180^\circ$$

$$|b - c| < a < b + c \text{ bulunur.}$$



KURAL

Üçgende büyük kenar karşısında büyük açı bulunur.

KURAL

Üçgende büyük açı karşısında büyük kenar bulunur.

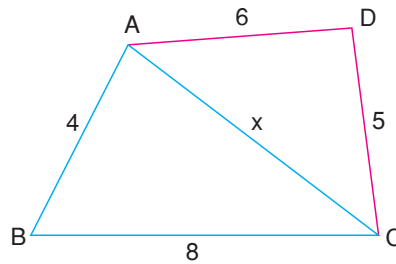
Örnek

ABCD dörtgeninde $|AB| = 4$ br,

$|BC| = 8$ br, $|AD| = 6$ br ve $|DC| = 5$ br ise

$|AC| = x$ in alabileceği tamsayı değerleri kaç tanedir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4



Çözüm

ADC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden,

$$|6 - 5| < x < 6 + 5$$

$$1 < x < 11 \text{ (I)}$$

ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğinden,

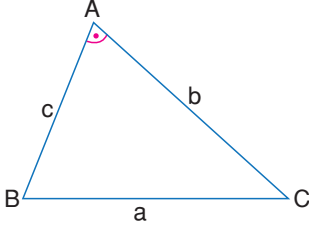
$$|8 - 4| < x < 8 + 4$$

$$4 < x < 12 \text{ (II)}$$

(I) ve (II) den $4 < x < 11$ bulunur.

$x = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ olmak üzere x 'in alabileceği 6 tamsayı değeri vardır.

UYARI



$$m(\hat{A}) = 90^\circ \quad \text{ise} \quad a^2 = b^2 + c^2 \quad (\text{Pisagor Bağıntısı})$$

$$m(\hat{A}) \text{ dar açı} \quad \text{ise} \quad a^2 < b^2 + c^2$$

$$m(\hat{A}) \text{ geniş açı} \quad \text{ise} \quad a^2 > b^2 + c^2 \text{ olur.}$$

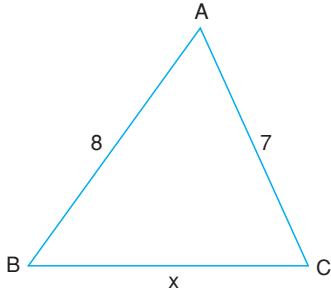
Etkinlik 6

Bir marangoz elindeki aynı kalınlıkta, farklı boylardaki tahta çubuklardan rastgele 13 ve 21 br'lik iki çubuk seçiyor. Marangoz bu iki çubuk ve geriye kalan çubuklardan her biriyle bir üçgen oluşturabilmektedir.

Çubukların boylarının birbirinden farklı birer tamsayı olduğu bilindiğine göre marangozun en çok kaç tahta çubuğu vardır?

- A) 23 B) 25 C) 27 D) 28 E) 29

Örnek



ABC üçgeninde $m(\hat{BAC}) < 90^\circ$ ise $|BC| = x$ in alabileceği tam sayı değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Çözüm

ABC üçgeninde $m(\hat{BAC}) < 90^\circ$ olduğundan

$$x^2 < 8^2 + 7^2$$

$$x^2 < 64 + 49$$

$$x^2 < 113$$

$$x < \sqrt{113} \approx 10,6 \dots \text{ (I) olur.}$$

Üçgen eşitsizliğinden;

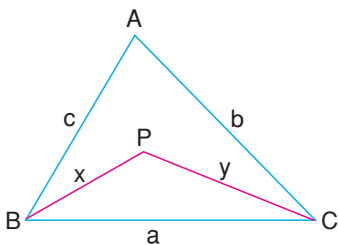
$$|7 - 8| < x < 7 + 8 \quad 1 < x < 15 \text{ (II) olur.}$$

(I) ve (II) den $1 < x < 10,6 \dots$ bulunur.

$x \in [2, 10]$ ve bu aralıkta 9 tamsayı değeri vardır.

YANIT C

KURAL



P, ABC üçgeninin iç bölgesinde bir nokta.

$$a < x + y < b + c$$

İSPAT

ABD üçgeninde $|BA| + |AD| > |BP| + |PD|$ (1)

PDC üçgeninde $|PD| + |DC| > |PC|$ (2)

(1) ve (2) taraf tarafa toplanır

$|BA| + |AD| + |PD| + |DC| > |BP| + |PD| + |PC|$

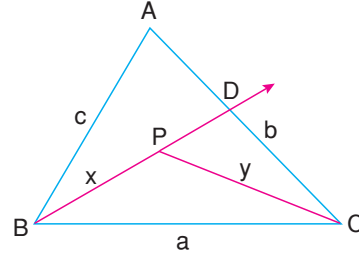
$|BA| + |AC| > |BP| + |PC|$

$b + c > x + y$ (3)

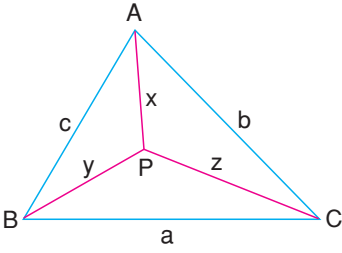
BPC üçgeninde $|BP| + |PC| > |BC|$

$x + y > a$ (4)

(3) ve (4) den $a < x + y < b + c$ bulunur.



KURAL



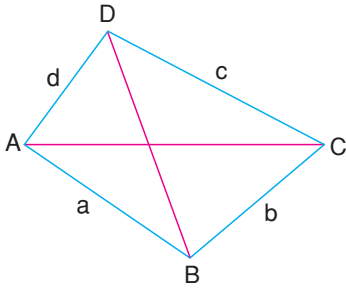
$a + b + c = 2u$ olmak üzere

$$u < x + y + z < 2u \text{ dur.}$$

UYARI

$x + y + z$ toplamı a, b, c nin en uzun iki kenarının toplamından daha küçüktür.

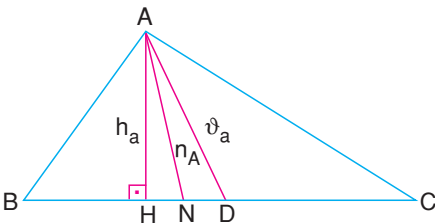
UYARI



$a + b + c + d = 2u$ olmak üzere

$$u < |AC| + |DB| < 2u \text{ dur.}$$

KURAL



Bir üçgenin her köşesine ait üç tane yardımcı elemanı vardır: Açığortay, kenarortay ve yükseklik.

UYARI

[AH]: yükseklik, h_a

[AN]: açığortay, n_A

[AD]: kenarortay, v_a

$$h_a \leq n_A \leq v_a$$

KURAL

Bir üçgenin kenarları arasında

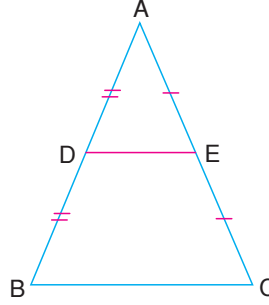
$a < b < c$ bağıntısı varsa;

$h_a > h_b > h_c$

$n_A > n_B > n_C$

$\vartheta_a > \vartheta_b > \vartheta_c$ dir.

KURAL



$|AD| = |BD|$ ve
 $|AE| = |EC|$ ise
 $[DE]$ orta taban,
 $[DE] \parallel [BC]$ ve
 $|BC| = 2|DE|$ dir.

Örnek



Şekilde uzunlukları 1 br, 3 br, 5 br ve 7 br olan çubuklardan herhangi üçü kullanılarak bir üçgen yapılmak istenirse kaç üçgen oluşturulabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Cözüm

Üçgenin kenar uzunlukları a, b, c olsun dört farklı uzunlukla dört üçgen çizilebilir. " $\binom{4}{3} = 4$ "

- | | a | b | c | | |
|------|---|---|---|---------------|-----------------------------------|
| I. | 1 | 3 | 5 | \rightarrow | $5 - 1 < 3 < 5 + 1$ yanlış önerme |
| II. | 1 | 5 | 7 | \rightarrow | $7 - 1 < 5 < 7 + 1$ yanlış önerme |
| III. | 1 | 3 | 7 | \rightarrow | $7 - 1 < 3 < 7 + 1$ yanlış önerme |
| IV. | 3 | 5 | 7 | \rightarrow | $7 - 3 < 5 < 7 + 3$ doğru önerme |

(Üçgen eşitliğine bir kenar için bakılması yeterlidir.)

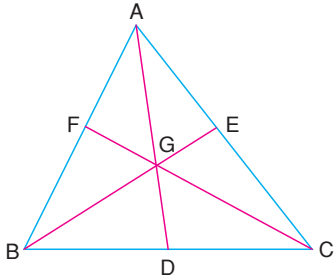
Doğru yanıt 1 üçgen çizilebilir

YANIT A

ÜÇGENDE KENARORTAY BAĞINTILARI

Kenarortay

Ait olduğu kenarın uzunluğunu iki eşit parçaya bölen doğru parçasıdır.



G: Kenarortayların kesim noktası (ağırlık merkezi)

Kenarortay Bağintıları:

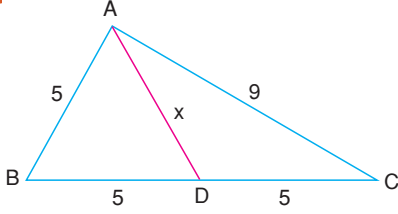
- i) $|GA| = 2|GD|$
 $|GB| = 2|GE|$
 $|GC| = 2|GF|$
- ii) $2 \cdot |AD|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - \frac{|BC|^2}{2}$
 $2 \cdot |BE|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - \frac{|AC|^2}{2}$
 $2 \cdot |CF|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 - \frac{|AB|^2}{2}$

Taraf tarafa toplanırsa:

$$4(|AD|^2 + |BE|^2 + |CF|^2) = 3(|AB|^2 + |AC|^2 + |BC|^2)$$

bağıntısı elde edilir.

Örnek



ABC üçgeninde

$|AB| = |BD| = |DC| = 5$ br ve

$|AC| = 9$ br ise $|AD| = x$ kaç br dir?

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{7}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{3}$

Çözüm

ABC üçgeninde kenarortay teoremi uygulanırsa;

$$2\vartheta_a^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$$

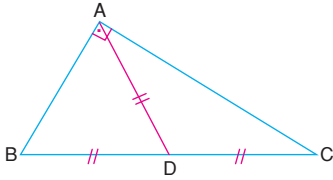
$$2x^2 + \frac{10^2}{2} = 5^2 + 9^2$$

$$2x^2 + 50 = 106 \Rightarrow x^2 = 28$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{7} \text{ br bulunur.}$$

YANIT B

KURAL



Diküçgende hipotenüze ait kenarortay hipotenüsün yarısına eşittir.

$|AD| = |BD| = |DC|$ olur. (Muhteşem üçlü)

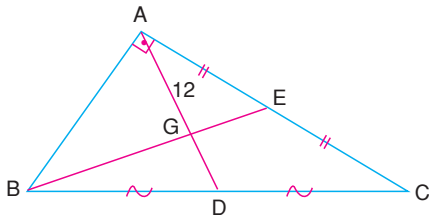
UYARI

$$m(\widehat{BAC}) > 90^\circ \Leftrightarrow \vartheta_a < \frac{a}{2} \quad \text{ve} \quad m(\widehat{BAC}) < 90^\circ \Leftrightarrow \vartheta_a > \frac{a}{2} \text{ dir.}$$

UYARI

ABC diküçgeninde $m(\widehat{A}) = 90^\circ$ ise kenarortaylar arasında $5\vartheta_a^2 = \vartheta_b^2 + \vartheta_c^2$ bağıntısı vardır.

Örnek



Şekildeki ABC diküçgeninde,

$|AE| = |EC|$, $|BD| = |DC|$ ve $|AG| = 12$ br ise

$|BC|$ kaç br dir?

- A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 38

Çözüm

$[BE]$ ve $[AD]$ kenarortay olduğundan

G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

$|AG| = 2|GD|$ ise $|GD| = 6$ br ve $|AD| = 18$ br olur.

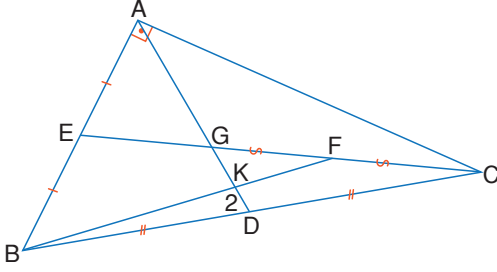
$[AB] \perp [AC]$ olduğundan

$|BD| = |DC| = |AD| = 18$ br ve

$|BC| = 2|BD| = 36$ br bulunur.

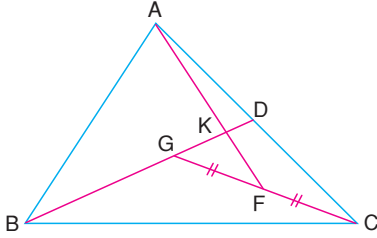
YANIT D

Kendini Dene



ABC diküçgeninde $|AE| = |EB|$, $|BD| = |DC|$, $|GF| = |FC|$ ve $|KD| = 2$ br ise **|BC| kaç br dir?**

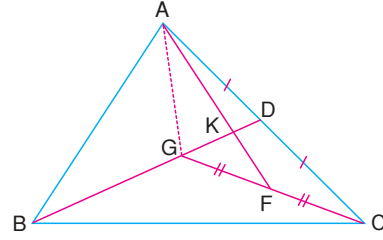
Örnek



Şekilde G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi, $|GF| = |FC|$ ve $|BD| = 27$ br ise **|BK| kaç br dir?**

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

Çözüm



$|AD| = |DC|$ ve $|GF| = |FC|$ ise
K noktası AGC üçgeninin ağırlık merkezidir.

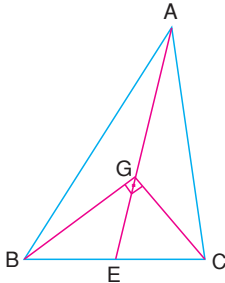
$$|GD| = \frac{|BD|}{2} = 3|KD| \text{ olur.}$$

$$|BD| = 9|KD| \text{ ve } |KD| = 3 \text{ br olur.}$$

$$|BK| = |BD| - |KD| = 27 - 3 = 24 \text{ br bulunur.}$$

YANIT E

Örnek



Şekildeki ABC üçgeninin ağırlık merkezi G noktasıdır. A, G, E noktaları doğrusal, $[BG] \perp [GC]$ ve $|BC| = 10$ br ise **|AG| kaç br dir?**

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm

BCG diküçgeninde $|BE| = |CE| = |GE|$ dir.

G noktası ağırlık merkezi olduğundan

$[AE]$ kenarortaydır.

$$|BE| = |CE| = |GE| = 5 \text{ br olur.}$$

$$|AG| = 2|GE| \text{ olduğundan}$$

$$|AG| = 10 \text{ br bulunur.}$$

YANIT E

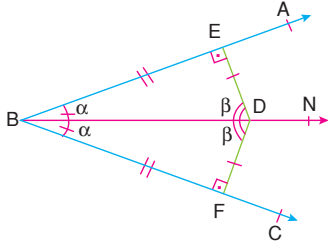
Bilgi Kutusu

İNSAN VÜCUDUNUN EN GÜÇLÜ KASININ DİL OLDUĞUNU BİLİYOR MUYDUNUZ?

ÜÇGENDE AÇIORTAY BAĞINTILARI

Açıortay: Ait olduğu açının ölçüsünü iki eşit parçaya bölen ışıdır.

KURAL



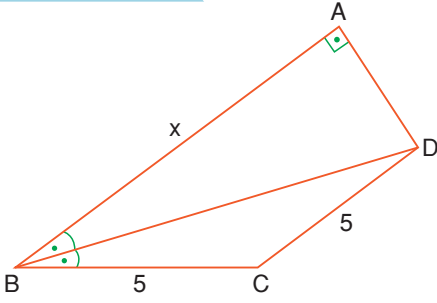
Açıortay üzerindeki bir noktadan kollara indirilen dikme uzunlukları eşittir.

$$|DE| = |DF| \text{ ve } |BE| = |CF|$$

Üçgende açıortayı iki kısımda inceleyeceğiz.

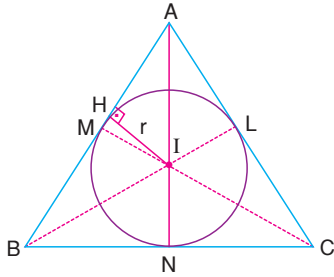
İç açıortay, dış açıortay.

Kendini Dene



Şekilde $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$, $[AD] \perp [AB]$, $|AD| = 3$ br ve $|BC| = |CD| = 5$ br ise $|AB| = x$ kaç br dir?

1. İç açıortay:



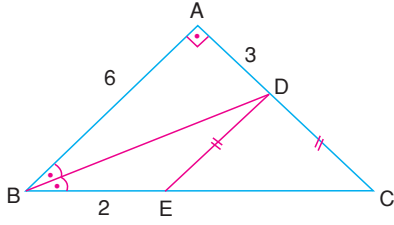
I: İç açıortayların kesim noktası iç teğet çemberin merkezi ve $A(ABC) = u.r$ dir.

İç açıortay bağıntıları:

$$i) \quad \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BN|}{|NC|}$$

$$ii) \quad |AN|^2 = |AB| \cdot |AC| - |BN| \cdot |NC|$$

Örnek



Şekildeki ABC diküçgeninde

$$M(\widehat{ABD}) = M(\widehat{DBC})$$

$$|DE| = |DC|, |AB| = 6 \text{ br,}$$

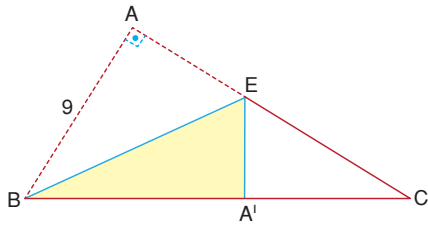
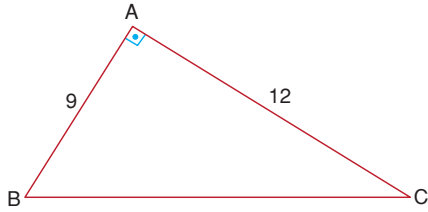
$$|AD| = 3 \text{ br ve}$$

$$|BE| = 2 \text{ br ise}$$

Ç(DEC) kaç br dir?

- A) 13 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20

Örnek



Şekildeki ABC diküçgeninde

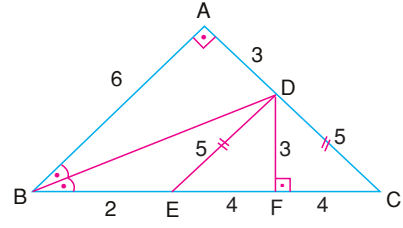
$$|AB| = 9 \text{ br, } |AC| = 12 \text{ br dir.}$$

A köşesi [BC] üzerindeki A' noktasına gelecek

şekilde katlandığında $\frac{|BA'|}{|EA'|}$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

Cözüm



[DF] \perp [BC] çizilirse, [BD] açıortay olduğundan

$$|AD| = |DF| = 3 \text{ br ve } |AB| = |BF| = 6 \text{ br olur.}$$

$$|BF| = 6 \text{ br ise } |EF| = 4 \text{ br olur.}$$

DEC ikizkenar üçgen ve [DF] \perp [EC] olduğundan

$$|FC| = |EF| = 4 \text{ br olur.}$$

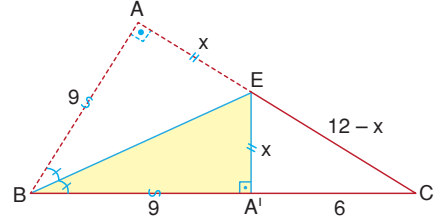
DFC diküçgeninde pisagor bağıntısı yazılırsa;

$$|DC| = |DE| = 5 \text{ br olur } \text{Ç(DEC)} = 5 + 5 + 8 = 18 \text{ br}$$

bulunur.

YANIT C

Cözüm



A köşesi [BC] üzerindeki A' noktasına getirildiğinde ABE üçgeninin [BE] ye göre simetriği A'BE üçgeni oluşur. Yani bu iki üçgen eş olurlar.

$$|AE| = |EA'|, |AB| = |A'B| \text{ ve } [BE] \text{ ortak kenardır.}$$

Bu durumda, $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$ olur.

$$|AB| = |A'B| = 9 \text{ br ve } |AE| = |A'E| = x \text{ olsun.}$$

$$|EC| = 12 - x \text{ ve } |A'C| = 12 - 9 = 3 \text{ br olur.}$$

(|BC| = 15 br pisagor bağıntısı ile bulunur.)

$$\frac{|BA'|}{|EA'|} = \frac{9}{x} \text{ olur.}$$

ABC üçgeninde açıortay bağıntısı yazılırsa,

$$\frac{|BA|}{|BC|} = \frac{|AE|}{|EC|} \Rightarrow \frac{9}{15} = \frac{x}{12 - x}$$

$$9(12 - x) = 15x \Rightarrow x = \frac{9}{2} \text{ br bulunur.}$$

$$\frac{|BA'|}{|EA'|} = \frac{9}{x} = \frac{9}{\frac{9}{2}}$$

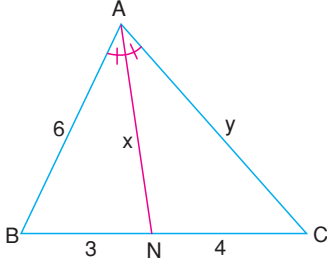
$$\frac{9}{x} = \frac{9}{1} \cdot \frac{2}{9} = 2 \text{ bulunur.}$$

YANIT A

Bilgi Kutusu

BİR KARINCANIN KENDİ AĞIRLIĞININ 50 KATINI TAŞIYABİLDİĞİNİ BİLİYOR MUYDUNUZ?

Örnek



Şekilde verilenlere göre $x + y$ toplamı kaç br dir?

Çözüm

ABC üçgeninde iç açıortay bağıntılarını uygularsak,

$$i) \frac{6}{y} = \frac{3}{4}$$

$$3y = 24$$

$$y = 8 \text{ br bulunur.}$$

$$ii) x^2 = 6 \cdot 8 - 3 \cdot 4$$

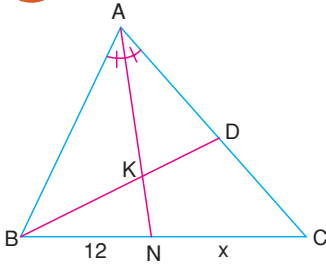
$$x^2 = 48 - 12$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{36}$$

$$x = 6 \text{ br bulunur.}$$

$$x + y = 8 + 6 = 14 \text{ br bulunur.}$$

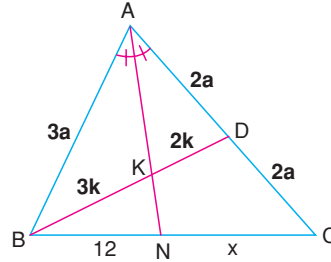
Örnek



ABC üçgeninde
[AN] açıortay,
[BD] kenarortay,
 $2|BK| = 3|KD|$ ve $|BN| = 12$ br ise
 $|NC| = x$ kaç br dir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm



$$2|BK| = 3|KD| \Rightarrow |BK| = 3k \quad |KD| = 2k \text{ olur.}$$

ABD üçgeninde açıortay bağıntısını uygularsak

$$\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{3k}{2k} \Rightarrow |AB| = 3a$$

$$|AD| = 2a \text{ olur.}$$

$$|AD| = |DC| = 2a \text{ olur. (} [BD] \text{ kenarortay)}$$

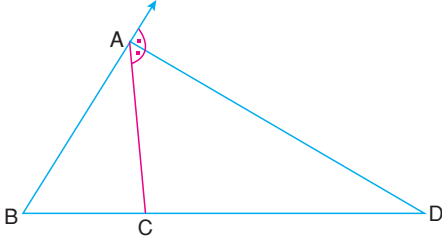
ABC üçgeninde açıortay bağıntısını uygularsak

$$\frac{3a}{4a} = \frac{12}{x}$$

$$x = 16 \text{ br bulunur.}$$

YANIT C

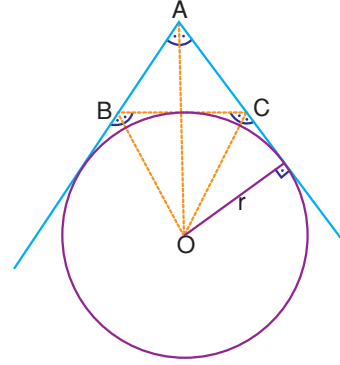
2. Dış açıortay:



ABC üçgeninde [AD], A açısının dış açıortayıdır. Dış açıortayların kesim noktası dış teğet çemberin merkezidir.

Dış açıortay bağıntıları:

$$i) \frac{|DC|}{|DB|} = \frac{|AC|}{|AB|} \quad ii) |AD|^2 = |DC| \cdot |DB| - |AC| \cdot |AB|$$

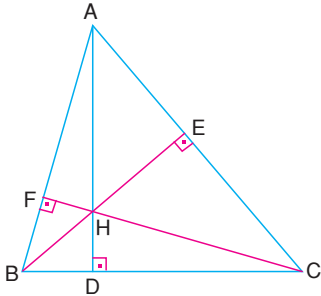


KURAL

Bir üçgende aynı köşeye ait iç ve dış açıortaylar dik kesişir.

ÜÇGENDE YÜKSEKLİK BAĞINTILARI

Yükseklik: Bir köşeden karşısındaki kenara veya uzantısına çizilen dikmedir.

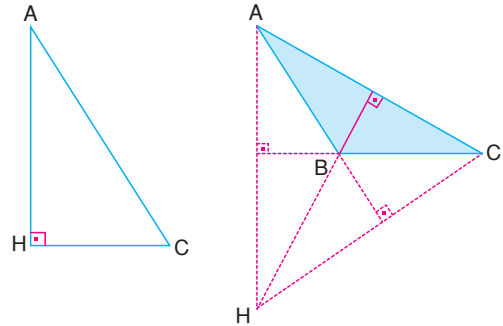


$$|AD| = h_a, \\ |BE| = h_b \text{ ve} \\ |CF| = h_c \text{ dir.}$$

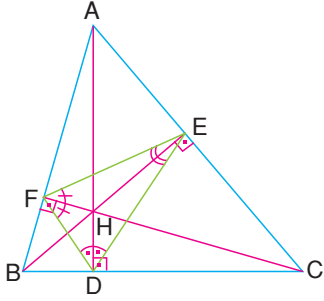
H: Yüksekliklerin kesim noktası (diklik merkezi), (ortosantr)

UYARI

Dar açılı üçgenlerde diklik merkezi üçgenin iç bölgesinde, dik üçgenlerde üçgenin üzerinde (dik köşe) ve geniş açılı üçgenlerde üçgenin dış bölgesindedir.



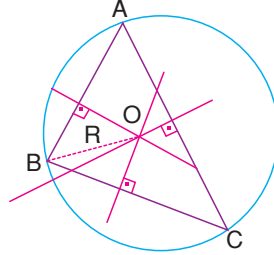
UYARI



ABC üçgeninin yükseklikleri DEF üçgeninin açkırtayları olur.

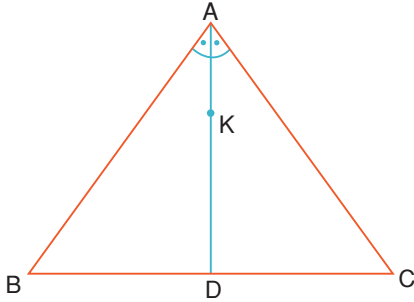
UYARI

Üçgenin üç kenarının orta noktalarından çıkılan dikmelerin kesim noktası çevrel çemberin merkezidir. (diklik merkezi ile karıştırmamalı)



$$A(ABC) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \text{ dir.}$$

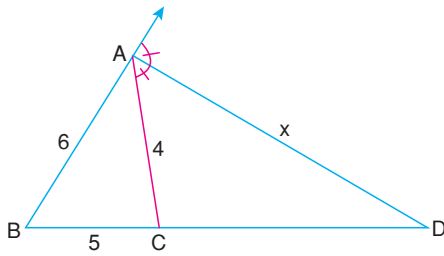
Kendini Dene



Şekildeki ABC üçgeninde $\widehat{BAD} = m(\widehat{CAD})$, K noktası diklik merkezi $|BC| = 16$ br ve $|AB| + |AC| = 20$ br ise **|AD| kaç br dir?**

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

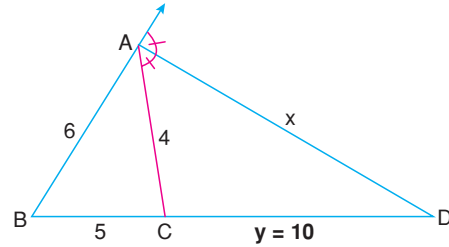
Örnek



ABC üçgeninde, [AD] dış açırtay $|AC| = 4$ br, $|AB| = 6$ br ve $|BC| = 5$ br ise **|AD| = x kaç br dir?**

- A) 12 B) $2\sqrt{35}$ C) $8\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{14}$ E) $2\sqrt{31}$

Çözüm



$|CD| = y$ diyelim,

ABC üçgeninde dış açırtay bağıntılarını yazarsak

$$\frac{6}{5+y} = \frac{4}{y}$$

$$4y + 20 = 6y$$

$$2y = 20$$

$$y = 10 \text{ br olur.}$$

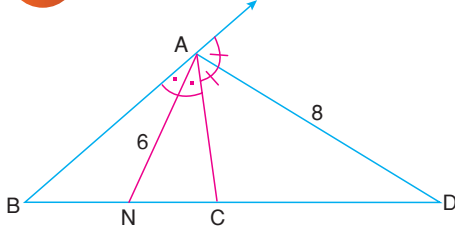
$$x^2 = 10 \cdot 15 - 4 \cdot 6$$

$$x^2 = 150 - 24 = 126$$

$$x = 3\sqrt{14} \text{ br bulunur.}$$

YANIT D

Örnek

Şekilde verilene göre $|ND|$ kaç br dir?

Çözüm

 $[AN] \perp [AD]$ olduğundan

NAD üçgeninde

 $|ND|^2 = 6^2 + 8^2$ (Pisagor bağıntısı) $\sqrt{|ND|^2} = \sqrt{10^2} \Rightarrow N = 10$ br bulunur.

Kendini Dene

Her harngi bir ABC üçgeninde A köşesinin d_1 doğrusuna göre simetriği B noktası,Aynı A noktasının d_2 doğrusuna göre simetriği C noktası ise, **d_1 ve d_2 doğrularının kesim noktası için ne söylenebilir?**

- A) ABC üçgeninin diklik merkezi
- B) ABC üçgeninin ağırlık merkezi
- C) ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi
- D) ABC üçgeninin dış teğet çemberinin merkezi
- E) ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi

Etkinlik

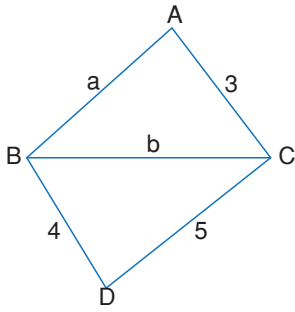
7

Bir ABC üçgeninde $n_a = v_b = h_c$ olduğuna göre**üçgenin kenarları arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) $b > a > c$
- B) $a > b > c$
- C) $c > a > b$
- D) $a > c > b$
- E) $c > b > a$

ÇÖZÜMLÜ TEST - 2

1.

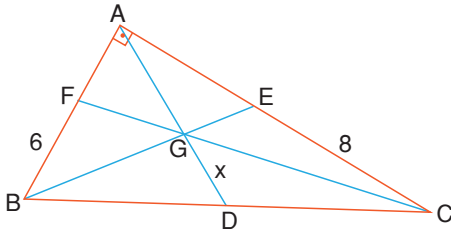


Şekilde $|AB| = a$ br,
 $|BC| = b$ br,
 $|AC| = 3$ br,
 $|BD| = 4$ br,
 $|DC| = 5$ br,
 $b \in \mathbb{Z}^+$ ve
 $m(\widehat{BDC}) < 90^\circ$ ise

$a + b$ nin en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

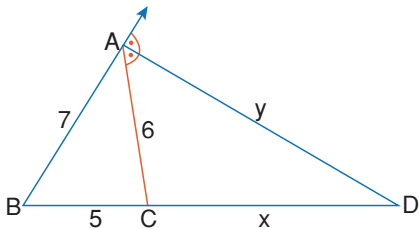
2.



Şekilde ABC dik üçgeninde G noktası ağırlık merkezi, $|FB| = 6$ br ve $|EC| = 8$ br ise
 $|GD| = x$ kaç br dir?

- A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 3 E) 2

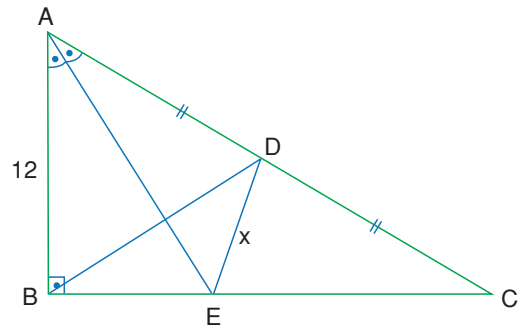
3.



Şekilde verilenlere göre y kaç br dir?

- A) $12\sqrt{5}$ B) $12\sqrt{6}$ C) $12\sqrt{7}$
 D) $24\sqrt{2}$ E) $24\sqrt{3}$

4.



ABC üçgeninde $[AB] \perp [BC]$ dir.

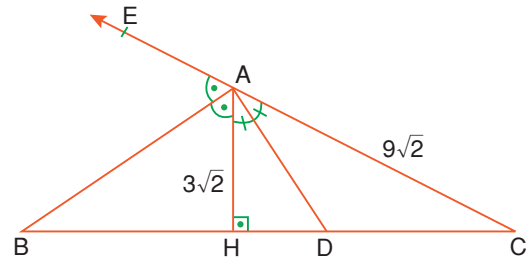
$[AE]$ açıortay, $|AB| = 12$ br, $|BD| = 10$ br ve

$|AD| = |DC|$ ise

$|DE| = x$ kaç br dir?

- A) 8 B) $2\sqrt{10}$ C) $4\sqrt{5}$ D) $5\sqrt{5}$ E) 10

5.



Şekildeki ABC üçgeninde $[AH] \perp [BC]$,

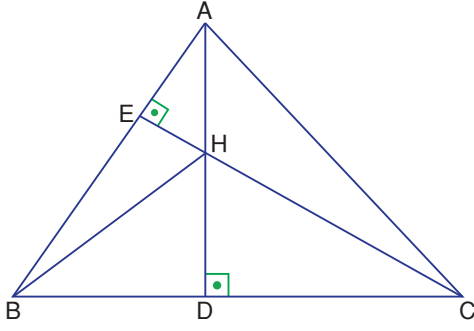
$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{BAH})$, $m(\widehat{HAD}) = m(\widehat{DAC})$,

$|AH| = 3\sqrt{2}$ br ve $|AC| = 9\sqrt{2}$ br ise

$|BC|$ kaç br dir?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

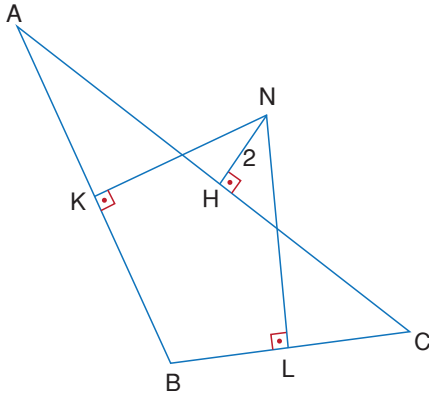
6.



Şekilde H noktası ABC üçgeninin diklik merkezi ise ABH üçgeninin diklik merkezi hangi noktadır?

- A) A B) B C) C D) D E) E

7.

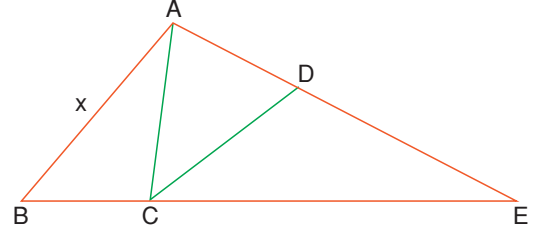


Şekilde N noktası ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi,

$[NK] \perp [AB]$, $[NL] \perp [BC]$, $[NH] \perp [AC]$,
 $|NH| = 2$ br, $|AH| = 4\sqrt{3}$ br ve $|NL| = \sqrt{13}$ br ise
 $|BC|$ kaç br dir?

- A) 6 B) 8 C) 9
 D) $2\sqrt{39}$ E) $3\sqrt{15}$

8.

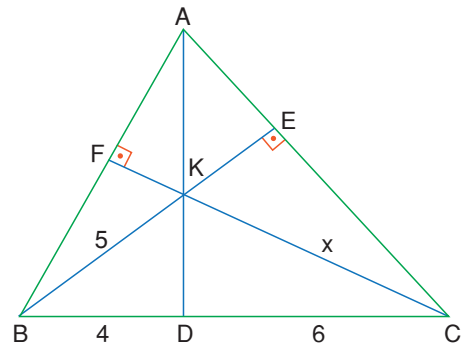


Şekilde D noktası ABC üçgeninde dış teğet çemberinin merkezi,

$3|AD| = 2|DE|$ ve $|BE| = 12$ br ise
 $|AB| = x$ kaç br dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 8

9.

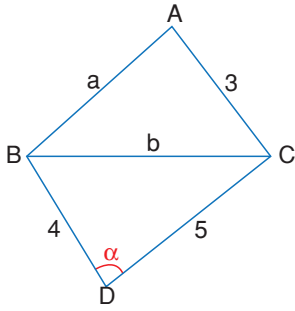


Şekildeki ABC üçgeninde
 $[BE] \perp [AC]$, $[CF] \perp [AB]$
 $|BK| = 5$ br, $|BD| = 4$ br ve $|DC| = 6$ br ise
 $|KC| = x$ kaç br dir?

- A) 4 B) 25 C) $3\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{5}$ E) 8

ÇÖZÜMLER - 2

1.



$m(\widehat{BDC}) = \alpha < 90^\circ$ ise
 BDC üçgeninde
 $b^2 < 4^2 + 5^2 = 41$
 $b < \sqrt{41} \approx 6,4 \dots$
 $b \leq 6$ olur.
 Ayrıca;
 $5 - 4 < b < 5 + 4,$
 $1 < b \leq 6$ ve

ABC üçgeninde

$$b - 3 < a < b + 3 \text{ ve}$$

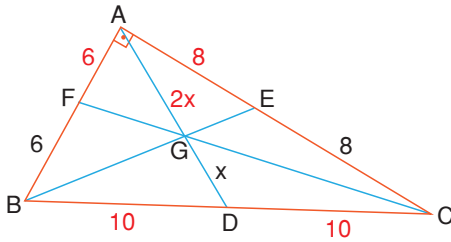
$$6 - 3 < a < 6 + 3, \quad 3 < a < 9 \text{ veya}$$

$$a = 8 \text{ ve } b = 6 \text{ alınırsa}$$

$$a + b = 8 + 6 = 14 \text{ bulunur.}$$

YANIT B

2.



G noktası ağırlık merkezi ise

$$|AF| = |FB| = 6 \text{ br, } |AE| = |EC| = 8 \text{ br olur.}$$

$$\text{ABC dik üçgen olduğundan } |BC|^2 = 12^2 + 16^2 \text{ ve}$$

$$|BC| = 20 \text{ br olur. Öteyandan;}$$

$$|BD| = |DC| = |AD| = 10 \text{ br ve } |GD| = x \text{ ise}$$

$$|AG| = 2x \text{ ve } |AD| = 3x = 10 \text{ ve}$$

$$|GD| = x = \frac{10}{3} \text{ br bulunur.}$$

YANIT C

3. ABC üçgeninde dış açıortay bağıntılarını yazarsak,

$$\text{i) } \frac{7}{5+x} = \frac{6}{x}$$

$$7x = 6x + 30$$

$$x = 30 \text{ br bulunur.}$$

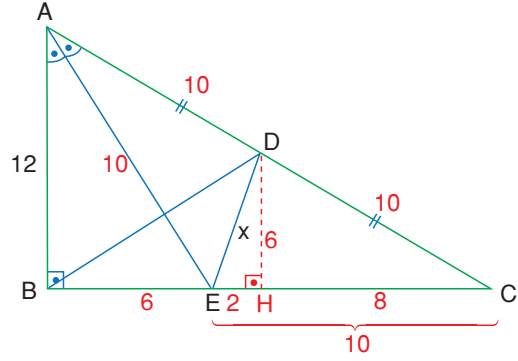
$$\text{ii) } y^2 = |BD| \cdot |CD| - |AB| \cdot |AC| \quad y^2 = 30 \cdot 35 - 6 \cdot 7$$

$$\sqrt{y^2} = \sqrt{1008} = \sqrt{144 \cdot 7}$$

$$y = 12\sqrt{7} \text{ br bulunur.}$$

YANIT C

4.



ABC dik üçgeninde $|BD| = |AD| = |DC| = 10$ br ve
 $|BC| = 16$ br dir.

İç açıortay teoremine göre $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BE|}{|EC|}$ dir.

$$\frac{12}{20} = \frac{|BE|}{|EC|} \Rightarrow |BE| = 6 \text{ br, } |EC| = 10 \text{ br dir.}$$

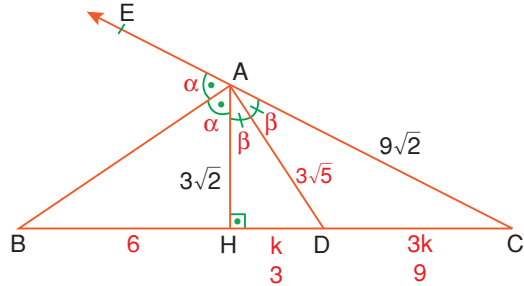
D noktasından $[AB]$ 'ye paralel çizersek

$|DH| = 6$ br (orta taban) EDH dik üçgeninde

$$x^2 = 6^2 + 2^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{10} \text{ br dir.}$$

YANIT B

5.



AHC üçgeninde $[AD]$ açıortay ve

$$\frac{|AH|}{|AC|} = \frac{3\sqrt{2}}{9\sqrt{2}} = \frac{1}{3} = \frac{|HD|}{|DC|} \text{ dir.}$$

$$|HD| = k \text{ dersek } |DC| = 3k \text{ olur.}$$

AHC üçgeninde

$$(9\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4k)^2 \text{ ve } k = 3 \text{ br bulunur.}$$

AHD üçgeninde

$$|AD|^2 = |AH|^2 + |HD|^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3)^2$$

$$|AD| = 3\sqrt{5} \text{ br olur.}$$

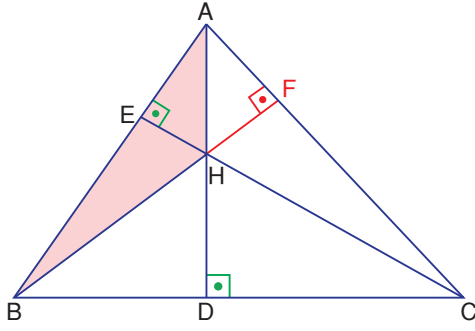
Öteyandan ABD üçgeni dik üçgendir.

$$(3\sqrt{2})^2 = 3 \cdot |BH| \text{ ve } |BH| = 6 \text{ br olur.}$$

$$|BC| = 18 \text{ br bulunur.}$$

YANIT C

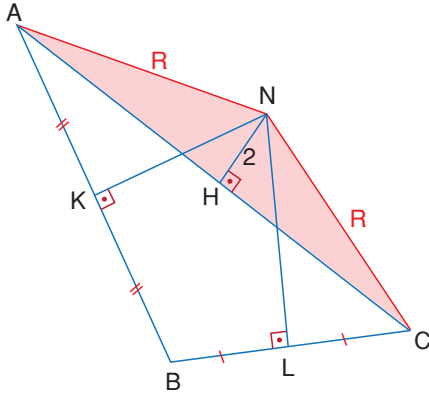
6.



H noktası diklik merkezi ise $[BH \text{ in } [AC]$ yi kestiği nokta F olsun $[BF] \perp [AC]$ olur.
 ABH üçgeninde üç yüksekliğin kesim noktası da C olur.

YANIT C

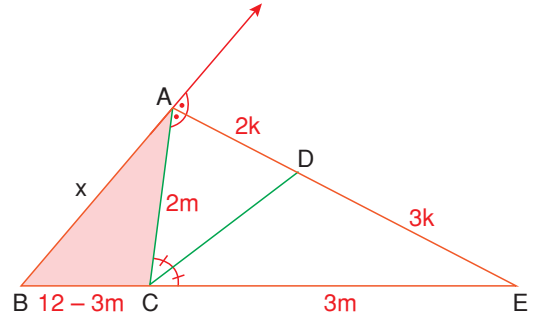
7.



Kenar orta dikmelerin kesim noktası çevrel çemberin merkezidir. $|AN| = |NC| = R$ olsun.
 AHN üçgeninde $R^2 = |AH|^2 + |NH|^2$
 $R^2 = |NL|^2 + |LC|^2$
 $52 = (\sqrt{13})^2 + |LC|^2$
 $52 - 13 = |LC|^2$
 $|LC| = \sqrt{39}$ ve $|LC| = \frac{|BC|}{2}$ olduğundan
 $|BC| = 2\sqrt{39}$ br olur.

YANIT D

8.



Dış teğet çemberin merkezi dış açıortayların kesim noktasıdır. $3|AD| = 2|DE|$ ise $|AD| = 2k$ ve $|DE| = 3k$ diyelim,

ACE üçgeninde $\frac{|AD|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|CE|}$ ve

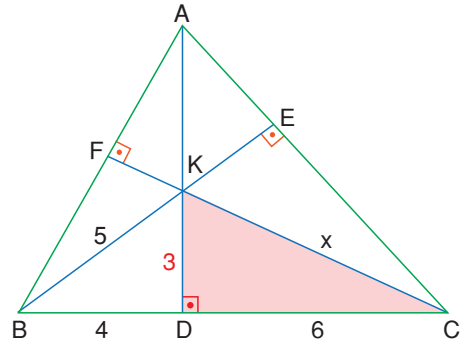
$|AC| = 2m$ dersek $|CE| = 3m$ olur.

ABC üçgeninde dış açıortay kuralı uygulanırsa

$\frac{|AD|}{|BE|} = \frac{|AC|}{|CE|}$ ve $\frac{x}{12 - 3m} = \frac{2m}{3m}$ ve $x = 8$ br bulunur.

YANIT D

9.



$[BE]$ ve $[CF]$ yükseklik olduğundan K noktası diklik merkezidir.

O halde $[AD] \perp [BC]$ dir.

KBD üçgeninde pisagor bağıntısından

$5^2 = 4^2 + |KD|^2$ ve $|KD| = 3$ br olur.

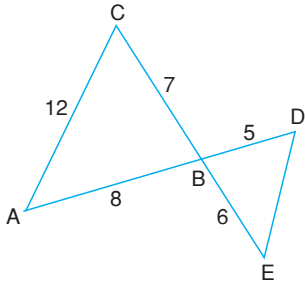
KDC üçgeninde pisagor bağıntısından

$x^2 = 3^2 + 6^2$ ve $x = 3\sqrt{5}$ br bulunur.

YANIT D

KONU TESTİ - 4

1.

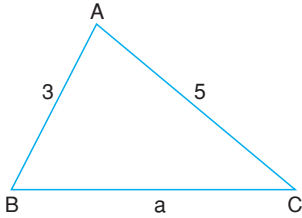


Şekilde belirtilen uzunluklara göre en büyük açı aşağıdakilerden hangisidir?

($[AD] \cap [EC] = \{B\}$)

- A) A B) B C) C D) D E) E

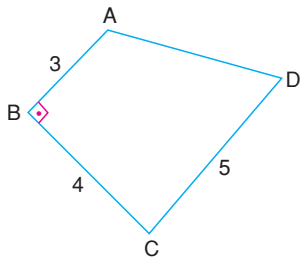
2.



Şekilde $m(\hat{A}) < 90^\circ$ ve $|AB| = 3$ br ve $|AC| = 5$ br ise a kenarının alabileceği tamsayı değerleri toplamı kaç br dir?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 25

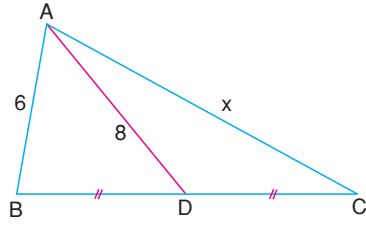
3.



Şekilde, $[AB] \perp [BC]$ ve $|AB| = 3$ br, $|BC| = 4$ br, $|CD| = 5$ br ise $|AD|$ aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 1 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

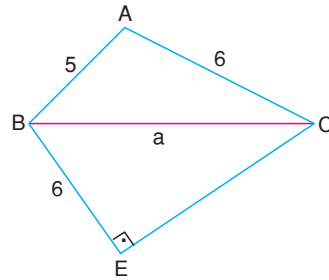
4.



Şekildeki ABC üçgeninde $|BD| = |DC|$, $|AB| = 6$ br ve $|AD| = 8$ br ise $|AC| = x$ aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 13 B) 15 C) 16 D) 20 E) 23

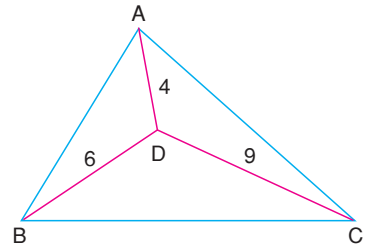
5.



Şekilde verilenlere göre a en büyük tamsayı değerini aldığı anda $|EC|$ kaç br olur?

- A) $6\sqrt{2}$ B) 8 C) $5\sqrt{2}$ D) 7 E) 6

6.

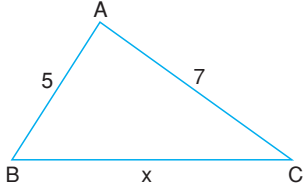


Şekilde $|AD| = 4$ br, $|BD| = 6$ br, $|DC| = 9$ br veriliyor.

ABC üçgenin çevresi aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

- A) 20 B) 22 C) 28 D) 37 E) 38

7.



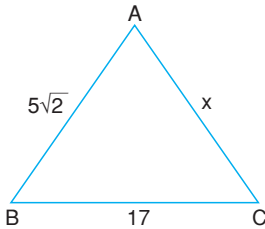
Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) > 90^\circ$ olmak koşuluyla x kaç farklı tamsayı değeri alabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Bir ABC üçgeninde A köşesinden çizilen kenarortay V_a , açıortay n_A ve yükseklik h_a olmak üzere aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $h_a \leq n_A \leq V_a$ B) $V_a \leq n_A \leq h_a$
 C) $n_A \leq V_a \leq h_a$ D) $h_a \leq V_a \leq n_A$
 E) $n_A \leq h_a \leq V_a$

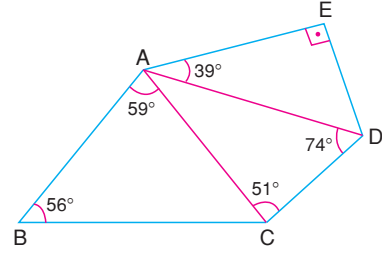
9.



Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{ABC}) > 45^\circ$, $|AB| = 5\sqrt{2}$ br ve $|BC| = 17$ br ise $|AC| = x$ in en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- A)10 B)12 C)13 D)14 E)15

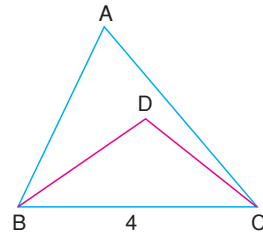
10.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre en kısa kenar aşağıdakilerden hangisidir?

- A)[ED] B)[BC] C)[CD] D)[AC] E)[AD]

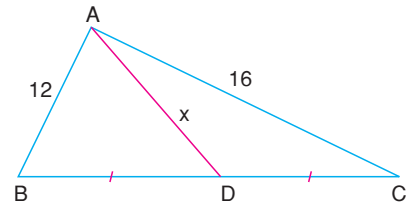
11.



Şekildeki ABC üçgeninde D noktası üçgenin iç bölgesinde bir noktadır. $5|AB| = 3|AC|$ ve $|BC| = 4$ br ise BDC üçgeninin çevresinin alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A)16 B)17 C)18 D)19 E)20

12.

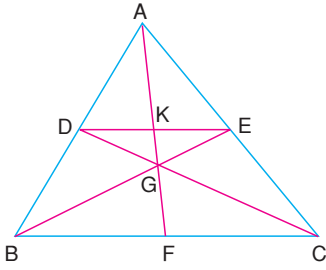


Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) > 90^\circ$, $|AB| = 12$ br ve $|AC| = 16$ br ise $|AD| = x$ in alabileceği en büyük tamsayı değeri kaçtır?

- A)13 B)12 C)10 D)9 E)8

KONU TESTİ - 5

1.

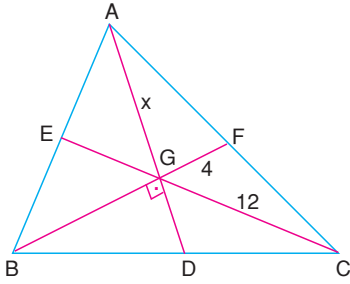


Şekilde G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi ise

$$\frac{|AF| + |AG|}{|KG| + |GF|} \text{ kaçtır?}$$

- A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

2.



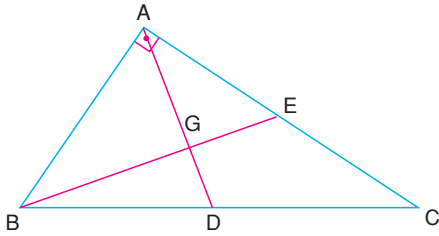
Şekildeki ABC üçgeninde ,
G noktası ağırlık merkezidir.

$[BF] \perp [AD]$, $|FG| = 4$ br ve $|CG| = 12$ br ise

$|AG| = x$ kaç br dir?

- A) $2\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{5}$ D) $5\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{6}$

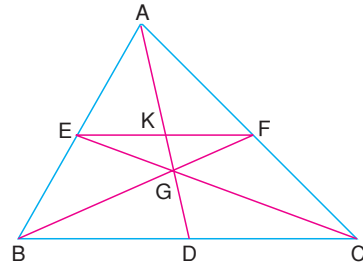
3.



Şekilde ABC diküçgen, G noktası ağırlık merkezi
 $|BE| = 9$ br ve $|GA| = 2\sqrt{5}$ br ise **[AB] kenarına ait kenarortay uzunluğu kaç br dir?**

- A) 5 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

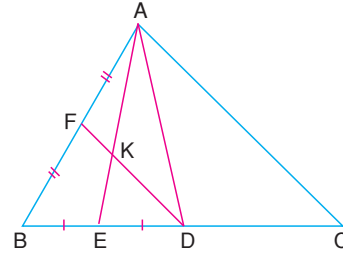
4.



Şekildeki ABC üçgeninde D, E, F kenarların orta noktaları ve $|KG| = 7$ br ise **|AG| kaç br dir?**

- A) 24 B) 28 C) 30 D) 42 E) 43

5.



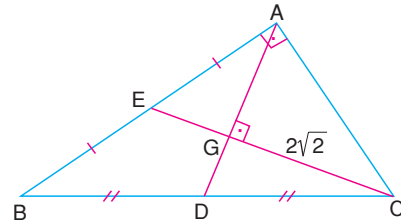
Şekildeki ABC üçgeninde $|AF| = |FB|$

$|BE| = |ED| = \frac{|DC|}{2}$ ve $|AC| = 12$ br ise

|KD| kaç br dir?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

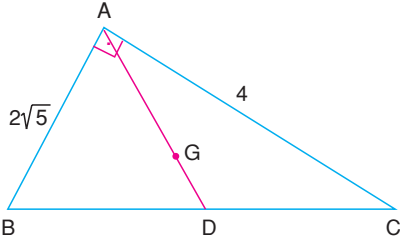
6.



Şekildeki ABC diküçgeninde $[EC] \perp [AD]$,
 $|AE| = |EB|$, $|BD| = |DC|$ ve $|GC| = 2\sqrt{2}$ br ise
|AB| kaç br dir?

- A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{6}$

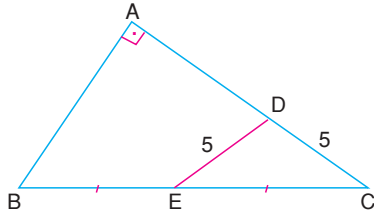
7.



Şekildeki ABC diküçgeninde ,
 $|AB| = 2\sqrt{5}$ br , $|AC| = 4$ br ve G noktası ağırlık merkezi ise $|AG|$ kaç br dir?

- A) 3 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

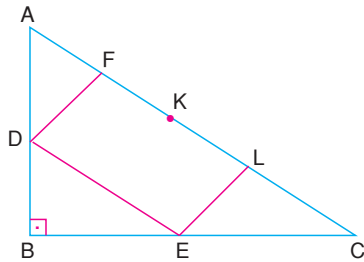
8.



Şekildeki ABC diküçgeninde
 $|DE| = |DC| = 5$ br , $|BE| = |EC|$ ve
 $|AC| = 16$ br ise $|AB|$ kaç br dir?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

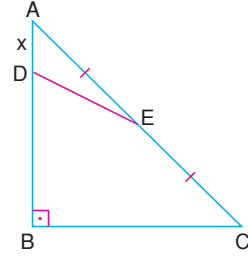
9.



Şekildeki ABC diküçgeninde,
 $|AF| = |FK| = |KL| = |LC|$,
 $|AD| = |DB|$, $|BE| = |EC|$ ve
 DELF dörtgeninin çevresi 18 br ise
 $|AC|$ kaç br dir?

- A) 24 B) 21 C) 18 D) 16 E) 12

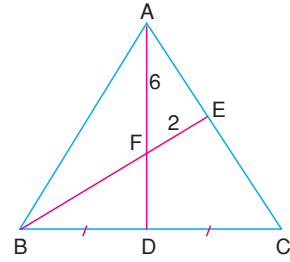
10.



Şekildeki ABC diküçgeninde
 $|AE| = |EC|$, $|AB| = |BC|$
 $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{1}{3}$ ve $|DE| = 3\sqrt{5}$ br ise
 $|AD| = x$ kaç br dir?

- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

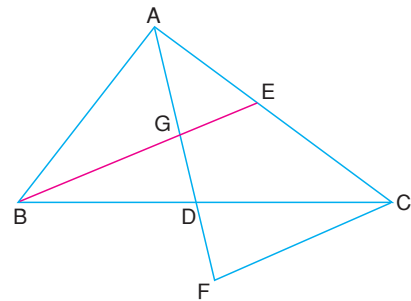
11.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = 2|AE|$,
 $|BF| = 2|FE|$, $|BD| = |DC|$, $|FE| = 2$ br ve
 $|AF| = 6$ br ise $|BC|$ kaç br dir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) $2\sqrt{7}$ E) $\sqrt{11}$

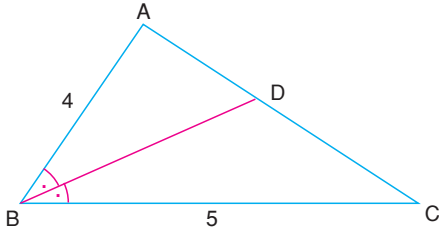
12.



Şekildeki ABC üçgeninde G noktası ağırlık merkezi,
 $|GD| = |DF|$ ve $|FC| = 8$ br ise $|BE|$ kaç br dir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

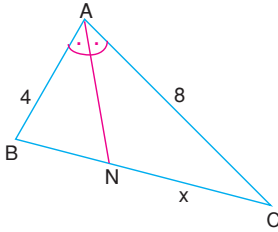
1.



Şekildeki ABC üçgeninde [BD] açıortay
 $|AB| = 4$ br, $|BC| = 5$ br ve $m(\widehat{ABC}) = 2m(\widehat{ACB})$ ise
 $|AC|$ kaç br dir?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

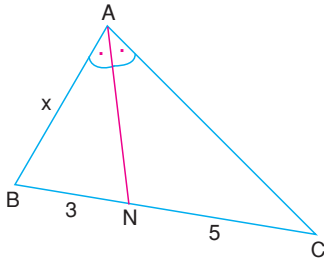
2.



Şekildeki ABC üçgeninde [AN] açıortaydır.
 $|AB| = 4$ br, $|AC| = 8$ br ve $|BC| = 9$ br ise
 $|CN| = x$ kaç br dir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

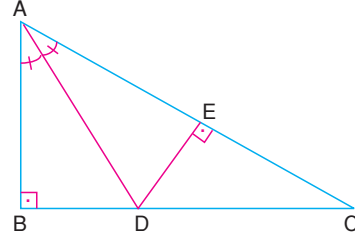
3.



Şekildeki ABC üçgeninde [AN] açıortaydır.
 $|BN| = 3$ br, $|NC| = 5$ br ve
 ABC üçgeninin çevresi 32 br ise
 $|AB| = x$ kaç br dir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

4.



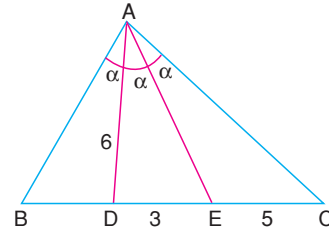
Şekildeki ABC diküçgeninde $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{5}{13}$

$|EC| = 24$ br ve [AD] açıortay ise

$|DC|$ kaç br dir?

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 30 E) 32

5.



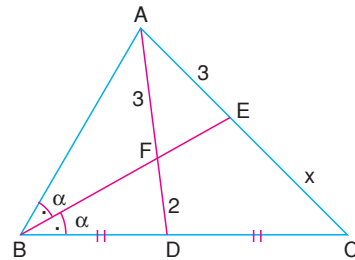
Şekildeki ABC üçgeninde

$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{EAC})$, $|AD| = 6$ br,

$|CE| = 5$ br ve $|DE| = 3$ br ise $|BC|$ kaç br dir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

6.



Şekildeki ABC üçgeninde, $|AF| = |AE| = 3$ br,

$|FD| = 2$ br, [BE] açıortay ve

[AD] kenarortay ise $|EC| = x$ kaç br dir?

- A) 4 B) 5 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $4\sqrt{5}$